Influencia del aprendizaje de matemáticas en el desempeño de los alumnos en cursos de fenómenos de transporte

J. A. Barrera Godínez, J. B. Hernández Morales y A. Ingalls Cruz
Facultad de Química, UNAM
barrerag@servidor.unam.mx
bernie@servidor.unam.mx
ingalls@sevidor.unam.mx

Resumen

El aprendizaje de la ingeniería y su práctica involucra el uso de las matemáticas. Durante la enseñanza de la ingeniería, el profesor invoca conceptos matemáticos, tales como: función, derivada, integral, vector, ecuación diferencial, etc. La calidad de estos conocimientos matemáticos, los cuales pueden no haber sido aprendidos, o aprendidos erróneamente, por los estudiantes, influye en la calidad y la cantidad de los conocimientos ingenieriles que se adquieren en los cursos formativos de las carreras de ingeniería. En este trabajo se analiza la relación existente entre la calidad de ciertos conocimientos matemáticos particulares que poseen los estudiantes y su desempeño durante los cursos relacionados con el área de fenómenos de transporte. Como parte de la metodología, se seleccionó al conjunto de conocimientos matemáticos relevantes para el aprendizaje de conceptos fundamentales en los cursos de Transporte de Energía (TE), Transporte de Masa (TM) y Análisis de Procesos Metalúrgicos (APM), pertenecientes al plan de estudios vigente de la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica (IQM), que se imparte en la Facultad de Química de la UNAM. Se elaboró un examen diagnóstico con el objetivo de determinar la cantidad y la calidad de los conocimientos matemáticos relevantes que poseen los alumnos al inicio de los cursos de TE, TM y APM. Los resultados encontrados, durante el diagnóstico y el desempeño de los estudiantes en el curso, se discuten a la luz del impacto que tienen las matemáticas en la formación de nuestros ingenieros. Finalmente, en este trabajo también se exponen las posibles soluciones a la problemática encontrada y algunas estrategias de cambio en la enseñanza de las matemáticas para los ingenieros metalúrgicos.

Introducción

La Facultad de Química ofrece la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica, con una duración de 9 semestres, comprendiendo 442 créditos a través de 25 asignaturas teóricas y 24 teórico prácticas, y un tronco común de tres semestres. Las asignaturas relacionadas con las matemáticas se agrupan en la categoría de materias básicas, además de que también existen las formativas y las profesionalizantes. El Plan de Estudios incluye una seriación en bloques trimestrales para garantizar que los alumnos aprueben todas las materias básicas antes de cursar los otros dos grupos de materias. Además, existe una seriación particular para cada asignatura que garantiza que se tengan los conocimientos previos antes de cursarla. En el último semestre se realiza un proyecto que frecuentemente desemboca en el tema de tesis, requisito con el cual se alcanza el título de Ingeniero Químico Metalúrgico. Los cursos obligatorios de matemáticas en el primer semestre son: Cálculo de función de una variable (CFV) y Álgebra (ALG). En el 2º semestre, Cálculo de función de varias variables (CFVV) y Ecuaciones diferenciales (ED). En el tercer semestre Estadística (EST), Ecuaciones diferenciales parciales (EDP) y Programación y computación (PyC). En el 4º semestre se cursa Métodos numéricos (MN).

Los cursos restantes del plan de estudios se clasifican en descriptivos e ingenieriles. En los cursos descriptivos, se exige que los estudiantes alcancen sólo un nivel de conocimiento metalúrgico de *comprensión*, por lo que se tiene una escasa aplicación de conocimientos matemáticos y una mínima práctica en la resolución de problemas. La memorización de conceptos y la descripción de los procesos es frecuente y las técnicas de enseñanza son convencionales. La evaluación se realiza esencialmente por medio de cuestionarios.

Los cursos ingenieriles comprenden: dos Termodinámicas metalúrgicas (TM-I y TM-II), Balances de materia y energía (BME), Dinámica de fluidos (DF), Transporte de energía (TE), Transporte de masa (TM), Fundamentos de optimización y simulación (FOS) y Análisis de los procesos metalúrgicos (APM). El nivel de conocimiento matemático que los estudiantes deben poseer para estos cursos es de *aplicación*. En estos cursos, los conceptos ingenieriles se enseñan al alumno en lenguaje matemático. Los conceptos de derivada, integral, máximo, mínimo, las técnicas de resolución de ecuaciones y en general la abstracción matemática se aplican a lo largo de estos cursos durante la enseñanza y la evaluación. Algunos de estos cursos llevan asociada una clase de Resolución de Problemas, con evaluación. En estos cursos, tanto la evaluación como la enseñanza se efectúan por medio de la resolución de problemas cuantitativos, comúnmente de solución única. Estos problemas generalmente involucran: (1) la deducción de una o más ecuaciones diferenciales (ordinarias o parciales) que describen al fenómeno, (2) el establecimiento de las condiciones y restricciones particulares del problema, y (3) su solución matemática. Además del uso intensivo de las matemáticas, estos cursos requieren de la *aplicación* de criterios metalúrgicos que simplifican la naturaleza matemática del problema o proceso y que se basan en los conocimientos aprendidos en las materias descriptivas. Es claro que las matemáticas juegan un papel importante en la formación de los estudiantes, ya que es el lenguaje con el que se describen cuantitativamente los procesos y se aplican para predecir su comportamiento.

Justificación

A partir de nuestra experiencia durante la impartición de las materias ingenieriles hemos observado que las deficiencias y limitaciones en el manejo de las matemáticas inciden considerablemente en el aprendizaje de estas materias. Sin embargo, la relación entre el manejo de las matemáticas y el aprendizaje de la materias ingenieriles no ha sido cuantitativamente establecida. Esto es importante debido a que quizás sea parte de la explicación al por qué los cursos que involucran la aplicación del lenguaje matemático tienen elevados índices de reprobación, son considerados por los estudiantes como difíciles y disminuyen el índice de titulación de la carrera de Ingeniero Químico Metalúrgico en la Facultad de Química de la UNAM.

Objetivo

Como una primera etapa, el objetivo de este trabajo es evaluar cuantitativamente el nivel de aplicación de las matemáticas de la población estudiantil que actualmente cursa materias ingenieriles de la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica de la Facultad de Química de la UNAM.

Metodología

La metodología empleada consistió en cuantificar las habilidades matemáticas que poseen los estudiantes que cursan las materias siguientes: Transporte de Energía (5° semestre), Transporte de Masa (6° semestre) y Análisis de Procesos Metalúrgicos (9° semestre). Los reactivos en la evaluación de las habilidades matemáticas se seleccionaron en base a su incidencia directa en el aprendizaje de conceptos ingenieriles. Por ejemplo, el concepto de velocidad promedio en un ducto involucra en su definición la aplicación del *teorema del valor medio*, la *integración definida*, y el *concepto de función.* Si se muestra que éstos conceptos matemáticos están ausentes o son erróneos, es de esperarse que el estudiante esté limitado para aplicar el concepto de velocidad promedio en problemas de fenómenos de transporte en procesos metalúrgicos, por lo que probablemente no resolverá cuantitativamente los problemas que involucren el concepto de la velocidad promedio y le será difícil aprender el concepto de flujo o caudal, lo cual limitará seriamente su aprendizaje en los cursos ingenieriles, además de causar bajas calificaciones en los mismos.

Para cuantificar las habilidades matemáticas de los estudiantes se aplicó un cuestionario. Los conocimientos matemáticos evaluados en el cuestionario fueron seleccionados con base en su incidencia en el aprendizaje de los fenómenos de transporte que se imparten en la carrera. Esta relación se muestra en la Tabla 1. De acuerdo con esta selección, se elaboró un cuestionario de doce preguntas, que se aplicó en los cursos de fenómenos de transporte: TE, TM, y APM. En el Apéndice 1, se anexa el cuestionario.

Resultados y Discusión de Resultados

El cuestionario se aplicó a los estudiantes inscritos en TE, TM y APM, que fueron 25, 26 y 11, respectivamente. Cabe mencionar que la matrícula de la carrera de I.Q.M. es pequeña (el número promedio de estudiantes de nuevo ingreso a la carrera entre 1993 y 2000 es de 85), por lo que la muestra utilizada puede considerarse representativa.

Para evaluar las respuestas a las preguntas del cuestionario se establecieron tres niveles de conocimiento: *erróneo* (cuando la respuesta denota una confusión evidente en el conocimiento matemático involucrado); *parcial* (cuando la ejecución fue insatisfactoria por obtenerse una respuesta imprecisa o incompleta); y *completo* (cuando la respuesta fue completa y acertada). Cuando el estudiante no contestó se dio esta anotación. Esta ausencia de respuesta puede tener varias interpretaciones que salen del objetivo de este trabajo. Debe aclararse que la pregunta número 8 se consideró que tiene 2 partes: 8a (evaluación de una integral que resulta en logaritmo natural) y (2) 8b (propiedades de los logaritmos).

En las Figuras 1 a 3, se muestra la distribución de frecuencias de las calificaciones resultantes para cada una de las preguntas, para cada materia. La eficiencia en la aplicación de conocimientos matemáticos, en cada materia, se estimó sumando el número total de respuestas completas y calculando el porcentaje con respecto al número total de respuestas posibles. Estos resultados se muestran en las Figuras 4 a 6. En todas las gráficas, las preguntas y respuestas fueron reordenadas con objeto de agruparlas de acuerdo al curso de matemáticas involucrado. Las preguntas de la 8a a 12 corresponden a Álgebra, de la 4 a la 11 a Cálculo diferencial e integral, la 9 a Ecuaciones diferenciales ordinarias y la 10 a ecuaciones diferenciales parciales.

Comparando los grupos en base a las frecuencias particulares por pregunta, se observa que los estudiantes tienen un conocimiento equivalente entre los cursos de TE y TM; que es inferior al encontrado en APM. La similitud encontrada entre TE y TM, se puede deber a que TM sigue inmediatamente a TE, y/o a que hay un número significativo de estudiantes cursando TM que no han aprobado TE, es decir, a los que les fue permitido “romper” la seriación. Dado que los cursos están seriados no hay mucha diferencia en la cantidad de conocimientos adquiridos por los estudiantes a lo largo de un semestre. Cuando los estudiantes “rompen” la seriación y se inscriben en TM sin haber cursado o aprobado TE, evitan adquirir o readquirir conocimientos matemáticos que se practican en TE. Una de las posibles explicaciones a porque en APM se alcanzan frecuencias superiores de conocimiento óptimo en diversas preguntas respecto a TM o TE, puede deberse a que los estudiantes han cursado y aprobado todos los cursos antecedentes de la materia, los cuales incluyen tanto a TE como a TM y a la mayoría de los cursos de la carrera. Es posible que al haber cursado todos esos cursos, los estudiantes hayan alcanzado un mayor dominio de los conceptos matemáticos requeridos en los mismos. También, es posible que siendo dos materias con un bajo índice de aprobación, estas se hayan convertido en filtros para la matrícula estudiantil causando que solo los estudiantes con un adecuado dominio de las matemáticas puedan inscribirse en APM.

También se observa que hay una ligera mejoría en los conocimientos de cálculo diferencial e integral en los estudiantes cursando APM respecto a los inscritos en TE o TM, pero no en álgebra. La explicación a este resultado puede ser similar a la encontrada para las mayores frecuencias de conocimiento óptimo en APM que en TE y TM. En los cursos de TE, TM y FOS, se practican y utilizan los conceptos de derivada e integral con mucha frecuencia, por lo que es de esperarse una ligera mejora en estos conocimientos al cursar estas materias.

Se observa que las frecuencias de las respuestas completamente equivocadas son también muy elevadas. Esto quiere decir que los estudiantes alcanzaron a aprender aberrantemente los conceptos matemáticos. Esto es peor aún que el carecer de conocimiento, porque el individuo manifestará poseer el conocimiento, probablemente rechazará el volver a aprenderlo correctamente y finalmente su desempeño profesional podría ser catastrófico para la sociedad.

Las frecuencias de respuestas completas fueron inferiores al 50 % en todos los cursos. Esto quiere decir que nuestros alumnos poseen menos de un 50 % del conocimiento matemático requerido para aprender los fenómenos de transporte. Esta carencia de habilidades necesariamente mermará su capacidad para el aprendizaje de los conceptos de fenómenos de transporte, y la resolución de problemas en general.

En vista de los resultados aquí obtenidos es claro que se debe realizar un seguimiento longitudinal de los estudiantes desde su ingreso a la carrera hasta unos años después de haber iniciado su vida profesional, en la búsqueda de la determinación de la extensión del impacto que efectivamente tienen las matemáticas en el ejercicio profesional de la Ingeniería Metalúrgica. Por lo pronto es urgente la implementación de medidas interdepartamentales (Depto. de Matemáticas y Depto. de Ingeniería Metalúrgica de la Facultad de Química) que mejoren el conocimiento matemático que poseen los alumnos de esta carrera. Es posible que el uso de nuevas herramientas y tecnologías en la enseñanza de las matemáticas coadyuven a la solución de esta problemática. Este trabajo es así una referencia para futuras evaluaciones de la enseñanza de las matemáticas en la carrera de Ingeniería Química Metalúrgica.

Conclusiones

La calidad del conocimiento matemático presentado por los alumnos inscritos en los cursos de TE, TM y APM es inferior al 45 %, considerando las frecuencias de preguntas básicas con respuestas completas encontradas en cuestionarios que evaluaron conceptos como: funciones, álgebra, derivadas, integrales y nociones de ecuaciones diferenciales. Esta carencia de habilidades necesariamente mermará su capacidad para el aprendizaje de los conceptos de fenómenos de transporte, la resolución de problemas en general, y su desempeño en la vida profesional.

Bibliografía

1. D.R. Geiger y G.H. Poirier. **Transport Phenomena in Materials Processing**. The Minerals, Metals and Materials Society, Warrendale, Pa.,1994.
2. R.I.L. Guthrie. **Engineering in Process Metallurgy**. Oxford Science Publications. 1992.
3. D.R. Gaskell. **An Introduction to Transport Phenomena in Materials Engineering**. Mc Graw-Hill, 1992.
4. J.R. Welty, C. E. Wicks y R.E. Wilson. **Fundamentos de Transferencia de Momento, Calor y Masa**. Limusa, traducido de la 2ª. ed., México, 1982.
5. F. Kreith y W.Z. Black. **La Transmisión del Calor. Principios Fundamentales**. Editorial Alhambra, S.A., traducido de la 1ª. ed., 1983.
6. M.N. Özisik. **Heat Conduction**. John Wiley & Sons, New York, 1980.

Tabla 1 Relación de los conocimientos matemáticos y los conceptos de fenómenos de transporte.

Conocimiento matemático y curso en el que se imparte.	***Concepto de fenómenos de transporte [1-6] donde se aplica el conocimiento matemático.***
Solución de ecuaciones algebraicas (ALG)	Diversos aplicables para la resolución de problemas
1ª derivada como pendiente y variación (CFV)	Gradiente de propiedad de transporte
Función (ALG) Teorema de valor medio (CFV) Integración definida (CFV)	Velocidad promedio en un ducto Coeficiente promedio de transferencia de calor
Función y dependencia (ALG) 1ª derivada, total o parcial (CFVV) Vector (ALG y física)	Flux de propiedad de transporte Condiciones a la frontera
1ª y 2ª derivadas (CFVV)	Verificación de soluciones a ecuaciones diferenciales
Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias (ED)	Enfriamiento newtoniano
Solución de ecuaciones diferenciales parciales (EDP)	Determinación de perfiles de velocidad, presión, temperatura y/o concentración que varían con el tiempo

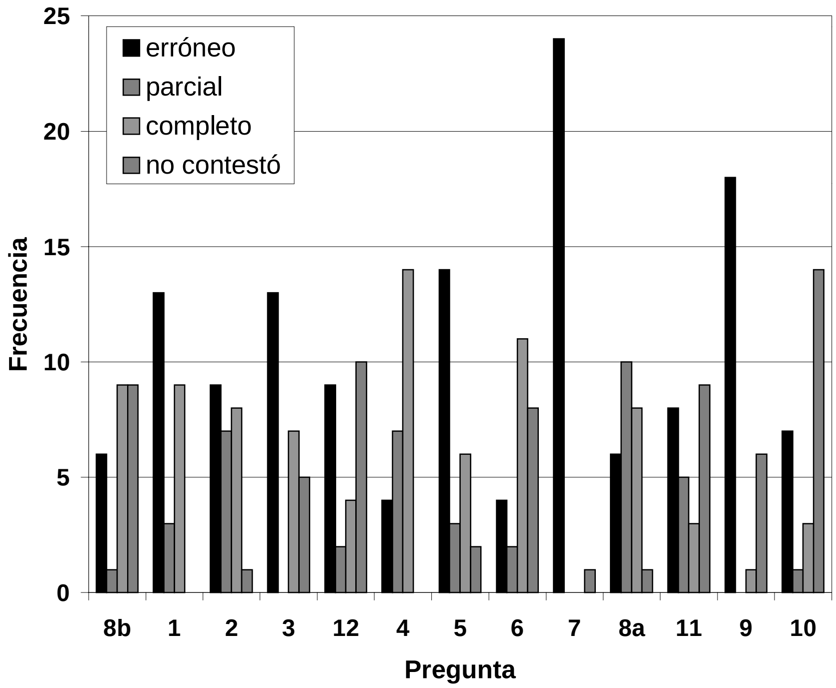

Figura 1. Frecuencias de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Energía al Cuestionario.

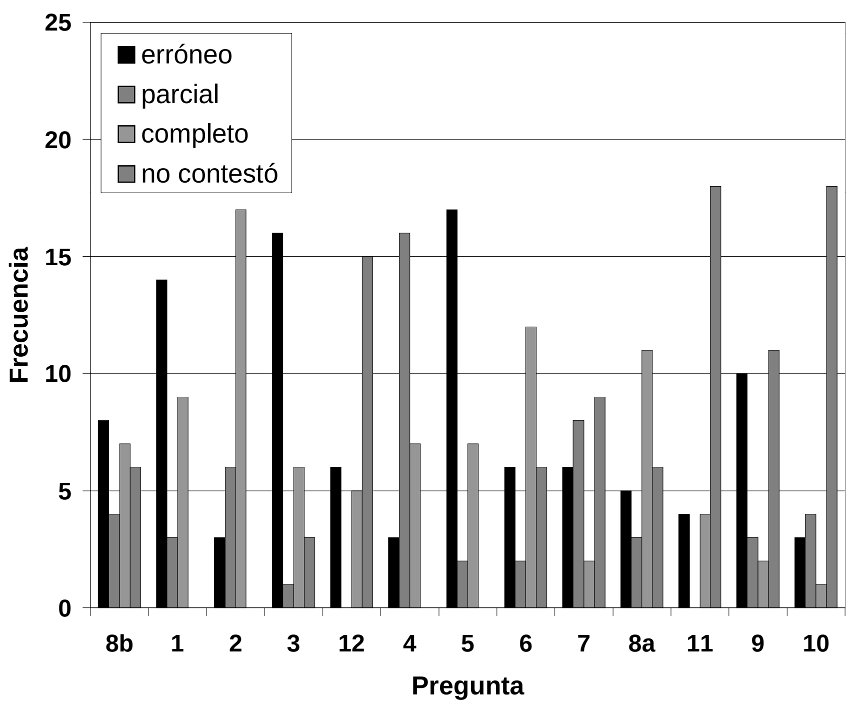

Figura 2. Frecuencias de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Masa al Cuestionario.

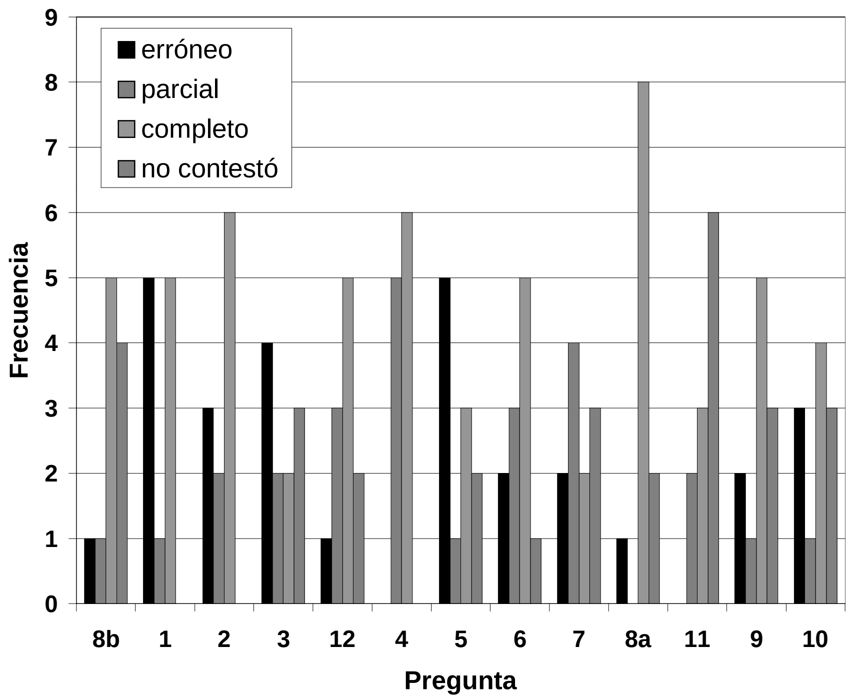

Figura 3. Frecuencias de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Análisis de Procesos Metalúrgicos al Cuestionario.

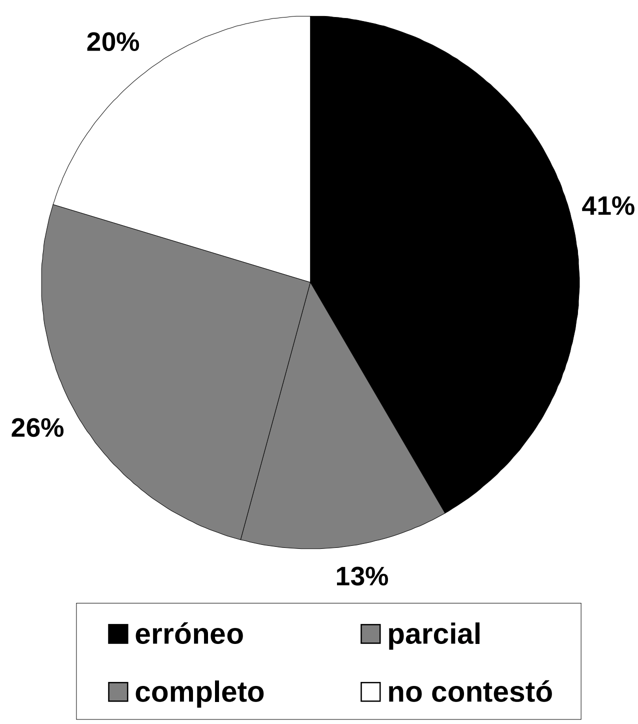

Figura 4. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Energía.

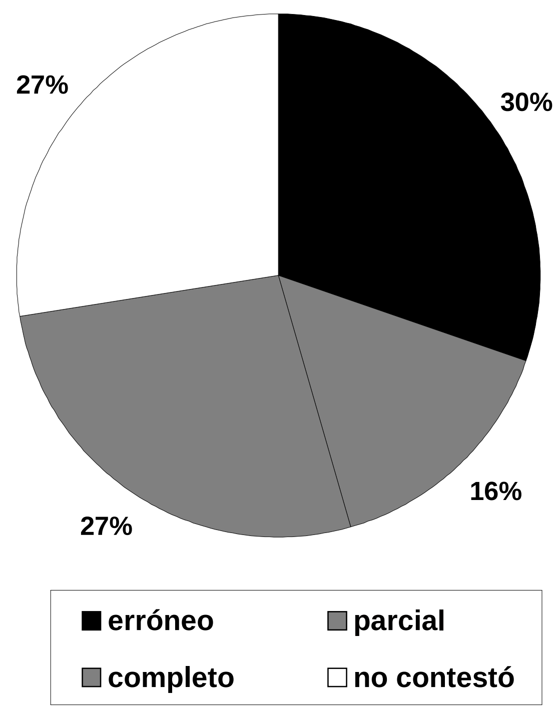

Figura 5. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Transporte de Masa.

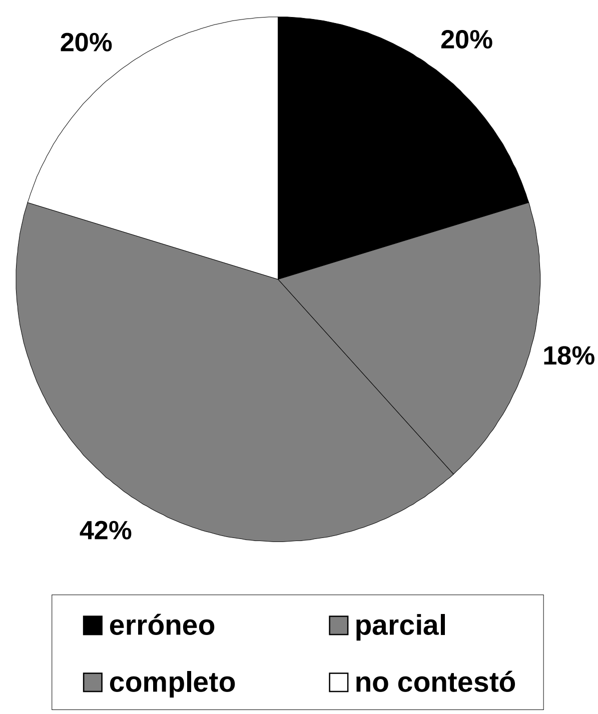

Figura 6. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por los alumnos de Análisis de Procesos Metalúrgicos.

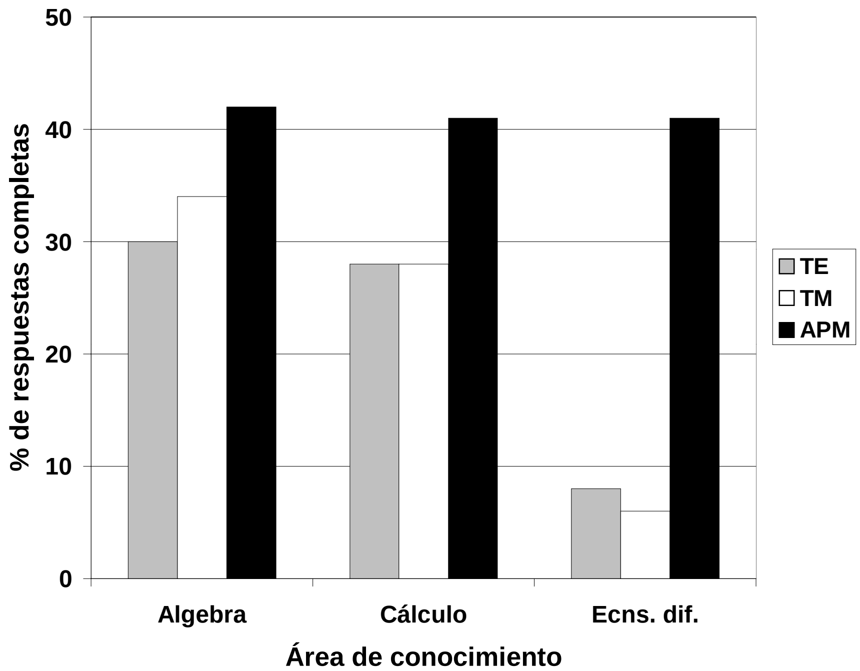

Figura 7. Distribución de los totales de las calificaciones a las respuestas dadas por todos los alumnos participantes, agrupadas por área de conocimiento matemático.

Apéndice 1. Enunciado del cuestionario.

1. Un campo escalar varía con el tiempo y la posición de acuerdo a: $T(x,t) = ax + bxt$. ¿Cuál(es) es(son) la(s) variable(s) dependiente(s)? ¿Cuál(es) es(son) las(s) variable(s) independiente(s)?

2. Despeja X de la siguiente ecuación:

$$\pi = \frac{\frac{4}{X} + \frac{5}{Y}}{1 - \frac{3}{\pi} - \frac{6}{X}}$$

3. Realiza la siguiente división: $\dfrac{a^4 - b^4}{a - b}$

4. Dada la función $f(x) = 15 + 0.25x^{1/3}$, escribe su primera y segunda derivadas. Evalúa cada una en $x = 8$.

5. ¿Cuál de las dos funciones tiene una mayor pendiente en $x = 8$?: $f(x) = 2 + 3x^{1/3}$ ó $g(x) = 10.5 + 4x^{1/2}$.

6. Dada la función $f(x,y)=axy+b(x+y^2)$. Calcula $\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)_{\substack{x=1\\y=2}}$.

7. La función está dada por la ecuación siguiente: $f(x)=15+0.25x^{1/2}$. Calcula el valor promedio de $f(x)$ en el rango de 1 a 4.

8. Dada la función $g(r,l)=-\dfrac{1}{2\pi rl}$, calcula $\int_1^{10} g(r,l)\partial r$.

9. Un campo escalar $U(x,t)$ varía con el tiempo y la posición, y está regido por la ecuación

$$A\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=\frac{\partial U}{\partial t}$$

(a) Lista todas las características que definen a esta ecuación. (b) Menciona un método de solución aplicable a esta ecuación. (c) Resuelve la ecuación.

10. El cambio de una variable escalar con el tiempo está regido por: $A\dfrac{dY(t)}{dt}=BY(t)$.

(a) Lista todas las características que definen a esta ecuación. (b) Menciona un método de solución aplicable a esta ecuación. (c) Resuelve la ecuación.

11. La componente x de un campo vectorial varía con la posición de acuerdo con la expresión siguiente: $W_x=ax^2+bx+c$. Determina la posición del valor máximo de W_x.

12. Un microempresario invirtió 10,400 millones de pesos en un pequeño negocio que tiene dos plantas. Las ganancias obtenidas con la primera planta resultaron en un dividendo del 6%; mientras que, en la segunda planta se obtuvieron 6.5% de dividendos. Si la ganancia total bruta del inversionista fue de 654 millones de pesos. ¿Cuánto invirtió en cada planta?

--- o ---