

Título: CONSTRUCCIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS USANDO LA COMPUTADORA EN UNA EPISTEMOLOGÍA HUMANISTA

Autor: Mtro. Alfonso Alvarez Grayeb

Institución: Universidad Iberoamericana Puebla.

Dirección electrónica: alfonso.alvarez@iberopuebla.net

NECESIDAD DE EQUIPO PARA LA PONENCIA: COMPUTADORA CON OFFICE 2000 (POWERPOINT Y EXCEL), Y CAÑÓN.

Introducción

Para los antiguos griegos, matemáticas significaba, sobre todo, geometría. La limpia correspondencia de las conclusiones establecidas por deducción, con la comprensión intuitiva (y visual), intensificaba el atractivo de la geometría. La facultad del pensamiento exacto, según aquella cultura, era más fácil de ejercer en ella. En este trabajo la presencia de la geometría tendrá el mismo espíritu, aunque estará asimilada, quizá reducida, a “objetos gráficos interactivos” ofrecidos desde la computadora, que serán un soporte intuitivo-visual usado para *prefigurar* conceptos matemáticos, y no necesariamente los conceptos mismos. Por otro lado, el software educativo ha sido usado desde hace varios años para apoyar el aprendizaje de las matemáticas, y aquí se propone usarlo para generar en el aprendiz *nociones previas a los conceptos*. El concepto en sí será abstraído ulteriormente por la actividad cognoscitiva del aprendiz guiada por el profesor, con o sin tecnología. La manipulación de los objetos gráficos no será más que el punto de arranque de una serie de procesos intelectuales y afectivos, que culminarán en juicios de verdad y de valor, y en acciones consecuentes y comprometidas, según lo plantea la *pedagogía ignaciana* desprendida de la *educación jesuita*. Este trabajo se propone investigar la inserción del uso de la computadora en el marco de dicha pedagogía, como una forma de iniciar el proceso de abstracción de los conceptos matemáticos.

La pedagogía ignaciana

La pedagogía ignaciana es una forma con la que los maestros acompañan a los alumnos en su crecimiento y desarrollo, e incluye una perspectiva del mundo, de la vida y de la persona humana ideal que se pretende formar. Cada uno de sus pasos se integra de tal manera que se afectan e interactúan durante todo el proceso, promoviendo así un crecimiento constante en las personas, afectando la realidad involucrada. El modelo pedagógico ignaciano se desarrolla en cinco momentos sucesivos:

1. Situar la realidad en un contexto: el docente debe y necesita conocer el mundo del estudiante, incluyendo las formas en que aprende y lo que ya conoce, y el modo en que el entorno social (familia, amigos, compañeros, subcultura juvenil, escuela, política, economía, medios de comunicación, arte, música, religión), impactan ese mundo, afectando y

transformando al estudiante. El contextualizar (encarnarse, inculturarse) es un principio que debe aplicarse, según la educación jesuita, "a los programas de estudio, a los procesos educativos, a los estilos de enseñanza y a toda la vida escolar" de manera que "se adapten para adecuarse a las específicas necesidades del lugar, en que la escuela está situada, y de las personas a las que sirven". No es fácil que el profesor convencional de matemáticas conozca de entrada esos escenarios, y tendrá que asumir, de arranque, sólo algunos evidentes: el contexto de los estudiantes de la UIA Puebla, quienes experimentarán esta propuesta docente, incluye el acceso a computadoras, sea en un laboratorio de cómputo, sea a una computadora propia conectada o inalámbrica, como elemento de sus actividades curriculares. Por otro lado, el "contexto" no sólo es evocado como espacio en el que se está o en el que hay que insertarse y al que hay que tener en cuenta para adaptarse, servir mejor y procurar filtrar sus influencias. **En la pedagogía Ignaciana el contexto es también un espacio para intervenir en él y procurar transformarlo.** La presente propuesta docente se inspira en esa idea, en el sentido de que puede ayudar a "crear un contexto" de nociones intuitivas necesarias para apropiarse de conceptos matemáticos.

2. Experimentar desde la realidad: la experiencia ignaciana va más allá de la comprensión puramente intelectual. En ella se pide que toda la persona, mente, corazón y voluntad, se implique en la experiencia educativa. Las dimensiones afectivas están tan involucradas como las cognitivas, porque si el sentimiento no se une al intelecto, el aprendizaje no mueve a la acción. La experiencia humana puede ser o bien **directa**, que en el contexto académico se presenta en las relaciones interpersonales como conversaciones o debates, hallazgos en el laboratorio, trabajos de campo, prácticas de servicio social, o bien **indirecta**, leyendo o escuchando una lectura, por medio de simulaciones y representaciones, o usando materiales audiovisuales. En las personas que seguirán esta propuesta, la experiencia directa será la manipulación de los objetos gráficos.

3. Reflexionar sobre esa experiencia: con el término reflexión se quiere expresar la reconsideración seria y ponderada de un determinado tema, experiencia, idea, propósito o reacción espontánea, para captar su significado más profundo. Por lo tanto, la reflexión es el proceso que aclara el sentido de la experiencia. Entre los procesos de reflexión distinguimos dos operaciones fundamentales: entender y juzgar. *Entender* es descubrir el significado de la experiencia, es establecer las relaciones entre los datos vistos, oídos, tocados u olfateados. Es lo que permite al sujeto conceptualizar, formular hipótesis, conjeturar, elaborar teorías, dar definiciones. *Juzgar* es emitir un juicio, verificar la adecuación entre lo entendido y lo experimentado, entre la hipótesis formulada y los datos presentados por los sentidos. La reflexión colectiva da la posibilidad de reforzar, desafiar y estimular a la reconsideración, permitiendo una mayor seguridad en la acción que se va a realizar y la oportunidad de crecer en comunidad. La etapa de **reflexión**, adaptada al ámbito de estudio que nos ocupa, está representada por una exploración guiada o dirigida sobre los objetos gráficos mencionados, pero ahora con la intención explícita de llamar la atención sobre ciertas relaciones entre los parámetros que intervienen en el objeto gráfico manipulable. Esto se hace con una serie de preguntas pre-

establecidas que van provocando la reflexión. Esta etapa puede efectuarse en forma individual frente a la computadora, y después en forma socializada en el aula o en foros virtuales, chats o correo electrónico.

4. Actuar consecuentemente: en el Paradigma Pedagógico Ignaciano, la reflexión esta unida indisolublemente con la acción en una vida humana comprometida, y que la acción, sin el servicio desinteresado a los demás, no merece el nombre de compromiso. En el aprendizaje de matemáticas, estará asociada a la aplicación de los conceptos a casos y proyectos.

5. Evaluar la acción y el proceso seguido: por evaluación se entiende la revisión de la totalidad del proceso pedagógico seguido a lo largo de cada una de sus etapas, para verificar y ponderar en qué medida se ha realizado fiel y eficientemente y, por otra parte, en qué grado se han obtenido los objetivos perseguidos, en términos de cambio y transformación personal, institucional y social. El proceso invita a recomenzar el ciclo, pero ahora desde un punto superior al del ciclo anterior.

La propuesta del proceso de apropiación de conceptos matemáticos aquí presentada, puede sintetizarse en la tabla siguiente:

Etapa de aproximación al concepto	Actividad del estudiante	Lugar	Etapa en la pedagogía ignaciana
PRE Sensibilización o aproximación intuitiva al concepto o unidad de aprendizaje	Explorar en forma libre, visual, intuitiva, lúdica, objetos gráficos pre-diseñados para generar nociones previas al concepto objetivo	Computadora	Contexto Experiencia
	Explorar en forma guiada o dirigida los mismos objetos, con preguntas para describir, analizar, sintetizar o imaginar la aplicación de las nociones previas		
	Formular en forma original o personal las nociones	Aula o foros virtuales o chats o correo electrónico	Experiencia
	Dialogar, debatir, discutir las preguntas sobre las nociones previas con los pares		
Apropiación del concepto o de la unidad de aprendizaje	Estudiar el concepto en fuentes externas de información, como la exposición magisterial, lectura de textos o consulta en la Web	Aula	Reflexión
	Contrastar la formulación de las nociones producto de la exploración, con la información captada en fuentes externas		
POST	Aplicar el concepto a problemas, casos o proyectos	Aula	Acción

Aplicación o/y generalización del concepto	Ampliar el horizonte de aplicación del concepto por medio de simuladores o sistemas informáticos	Computadora	Evaluación
--	--	-------------	-------------------

Justificación teórica de la propuesta

La tendencia pedagógica de los libros de Cálculo de la última década, se ha expresado bajo la forma de la “**regla de cuatro**”, en la cual los conceptos matemáticos se presentan en las formas verbal, analítica, gráfica y numérica, transitando alternativamente de una a otra forma hasta lograr la comprensión integral del concepto.

Esa tendencia está quizá inspirada en parte en Bruner, quién propone la representación de conceptos desde formas enactivas o concretas, hacia formas icónicas o gráficas, para terminar en el estadio superior de la representación simbólica (como la matemática).

Por otro lado, la propuesta se conecta con la postura constructivista del aprendizaje, en la que el aprendiz deberá construir el conocimiento en forma activa, en contraste con el modelo de trasmisión; el proceso conllevará un *cambio conceptual*, es decir, tomará en cuenta los conceptos previos erróneos o limitados del aprendiz para construir mediante el diálogo y la discusión, conceptos amplios y más certeros; el proceso es subjetivo, contextual, social e incluye lo afectivo; el propio proceso del aprender es crucial, tiene que ver con la etapa de desarrollo del alumno, y finalmente, sitúa en el aprendiz el peso en la actividad de aprender.

Con ayuda de las exploraciones efectuadas en la computadora, el estudiante es desafiado a descifrar la lógica implícita en el objeto que manipula, basado menos en conocimientos previos que en una suerte de *coherencia geométrica* extraída de la propia exploración computarizada, que se encuentra en un nivel más bien intuitivo, ingenuo o pre-científico, pero cargado de una significación potencialmente utilizable para *aprehender* más adelante el concepto prefigurado. Podría decirse que este desafío se presenta en lo que Vygotsky ha llamado “*zona de desarrollo próximo*”, o sea en esa zona donde el aprendiz puede alcanzar un cierto logro cognoscitivo con cierta ayuda externa, y no necesariamente por él mismo. La ayuda externa, y ciertamente también el desafío, en este caso proviene de la combinación computadora-docente.

Existen puntos de coincidencia entre la **pedagogía ignaciana** y la **síntesis integradora** que hace Porlán en su revisión de las posturas epistemológicas desde los presocráticos a nuestro siglo. Según esta síntesis integradora, la construcción de conocimientos por los alumnos debe arrancar con la expresión y análisis de sus concepciones espontáneas sobre situaciones problemáticas predeterminadas, para, después de pasar por el contraste entre las concepciones de los pares, se planifique y ejecute una investigación de la problemática en la realidad de la misma y en otras fuentes externas como textos, explicaciones, experiencias o audiovisuales.

La exploración de los objetos gráficos

Lo que aquí se llama “objetos gráficos” sobre los cuales se hace una “exploración”, son o bien gráficos de **Microsoft Excel** o bien animaciones en **Macromedia Flash**, que presentan en la pantalla de una computadora diversas

situaciones gráficas o geométricas, que tienen la característica de que pueden ser manipuladas o alteradas por el usuario a través de barras de desplazamiento (Excel) o de botones que inician una acción (Flash).

El objetivo de las manipulaciones es que el usuario observe los efectos del cambio controlado que su acción provoca, y que de esta manera capte en forma **intuitiva** y **visual** (geométrica), alguna noción o intuición previa al advenimiento de un concepto matemático, que será abordado en otros ámbitos (aula, foros virtuales, chats, correo electrónico, etc.).

Los objetos gráficos no contienen ninguna información textual ni simbólica, y estarán diseñadas de tal forma que la sola evidencia gráfica dé cuenta de la noción que se quiere captar. Esto no quiere decir que no sean necesarios en el usuario (el aprendiz) ciertos conocimientos previos, particularmente de Geometría Analítica a nivel muy básico o rudimentario (el plano coordenado, la gráfica de una ecuación, la tangente a una curva, la pendiente de una recta) y se asumirá o se tendrá que comprobar la presencia de estos conocimientos previos en la persona que esté frente a la pantalla.

Ejemplo: manipulación o exploración de objetos gráficos que prefiguran una noción instrumental de **Derivada** (es decir, simultáneamente la *noción* (que no concepto necesariamente) de Derivada y la de límite, su uso, y la posible manera de cuantificarlos).

Los conceptos propiamente dichos (Derivada, Límite), serán formalizados posteriormente en el aula, pero sobre la base de las nociones previas intuitivas ya formadas por la exploración, y que constituyen un **contexto** para aquellos.

La aproximación intuitiva-visual a estos conceptos centrales del Cálculo, asumidos los conocimientos de pre-requisito consignados más arriba, puede hacerse con la ayuda de los siguientes objetos gráficos:

- 1) Una hoja de Microsoft Excel que llamaremos *Alfa*, donde se presenta una curva en un plano coordenado, una recta tangente a la curva, una barra de desplazamiento, y un recuadro donde aparece el valor de la pendiente de la recta tangente. Mientras el aprendiz acciona la barra de desplazamiento, la tangente recorre la curva, pasando por zonas ascendentes, descendentes y máximos o mínimos locales, y en el recuadro aparece la pendiente de la tangente para cada posición de esta sobre la curva. Etapas en la pedagogía ignaciana: **contexto** (con el doble sentido de “crear” un marco a los conceptos venideros, y de encarnar la experiencia en las circunstancias del estudiante destinatario). Este contexto son las nociones previas intuitivas), y **experiencia** (descripción y explicación sobre la percepción visual).
- 2) La hoja de Excel *Beta*, donde hay una curva sobre la que se encuentran dos rectas de colores distintos: una recta *tangente* fija en un punto de la curva, y otra recta *secante* que corta a la curva en dos puntos: el punto de tangencia y en un punto cercano a él. Al accionar la barra de desplazamiento, la *secante* se mueve a un lado y otro de la *tangente*, aproximándose y alejándose de ella, aunque coinciden en algún momento. Mientras se mueve la *secante* alrededor de la

tangente fija, aparecen en un recuadro las pendientes de ambas rectas, fija la de la *tangente*, variable la de la *secante*. Etapas en la pedagogía ignaciana: **contexto** y **experiencia**.

- 3) La hoja de Excel *Gama*, donde hay una curva cortada por una recta *secante* en dos puntos: uno fijo y uno cambiante. Mientras se acciona la barra de desplazamiento, el punto cambiante se acerca cada vez más al punto fijo, y en un recuadro aparece una fórmula que calcula la pendiente de la recta secante, valor que va acercándose a un cierto número. Etapas en la pedagogía ignaciana: **contexto** y **experiencia**.

Posteriormente iniciará la etapa de **reflexión**, con preguntas que traigan la atención del aprendiz a las relaciones cuali y cuantitativas manejadas en las exploraciones. La reflexión será completada con la discusión con pares y con la formalización posterior de los conceptos que dirija el profesor. Para completar la metodología ignaciana, vendría la acción (aplicación del concepto matemático a casos y problemas), y una evaluación del proceso integral seguido. Estas etapas pueden ser abordadas en didáctica convencional.

Referencias bibliográficas

CONSEJO INTERNACIONAL DE LA EDUCACIÓN S.J. (1996).
Pedagogía Ignaciana. Un planteamiento práctico. ITESO. Guadalajara. México.

DELEGADOS DE EDUCACION JESUITA DE AMERICA LATINA,
XXIII REUNION, en la revista *MAGIS* # 35, mayo-junio 2000. Argentina.
Documento electrónico. Dirección:
<http://www.colegiodelsalvador.esc.edu.ar/archivos/magis35.doc>

La pedagogía ignaciana.
Documento electrónico. Dirección:
<http://www.colsjmex.org/educacion.htm>

PORLÁN, R. (1998). *Constructivismo y escuela*. Serie Fundamentos No. 4.
Colección Investigación y Enseñanza. Díada Editora. Sevilla. España.

SÁNCHEZ, Claudio. (2000). *La Biblia de Excel 2000*. MP Ediciones.
Buenos Aires. Argentina.

SLATTERY, R. (1996). *Integral pedagogy: education through process rather than content*. Publicado por la *Jesuit Education Association* of India en 1996.
En la página Web <http://www.reduc.cl/reduc/slattery.pdf>

THOMAS, G., FINNEY, R. (2000). *Cálculo. Una variable*. Pearson Editores.
México.

WENZELBURGER, Elfriede. (1993). *Didáctica del Cálculo Diferencial*.

Grupo Editorial Iberoamérica. México.