EL CONSTRUCTIVISMO Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Autores:

M.C. Emmanuel Munguía Balvanera

Profesor investigador de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco (UJAT)

balvanerae@hotmail.com

Pasante: Eréndira Munguía Villanueva

Pasante de la Licenciatura de matemáticas de la UJAT

mixbaal@hotmail.com

Eje temático: El proceso de evaluación del aprendizaje

Resumen

La *Historia de las Ciencias* a tenido un gran impulso en los últimos tiempos. Su estudio tiene relevancia para comprender los cambios de los niveles inferiores de las nociones y operaciones de los estados elementales a los niveles superiores. La significación epistemológica de un componente de conocimiento está muy ligada a su modo de **construcción**, pero también dicha construcción está muy atada a la historia y circunstancialmente a la psicogénesis. Esta última nos ayuda a romper con la idea de que el desarrollo de los conocimientos es lineal, y en forma más clara podemos argumentar que, en el desarrollo, cada estadio es antecedido por otro pero sin remplazarlo, de modo tal que, los primeros y los últimos tienen relación. Así, cada uno de los estadios es resultado de su antecesor y, además, produce posibilidades abiertas para el estadio siguiente. Pero, además, cada nuevo estadio comienza por una reorganización, a otro nivel, de las adquisiciones o códigos del antecesor. De aquí resulta una integración de ciertos vínculos que se entienden solo del análisis de los estadios elementales.

Hablando de las estructuras geométricas podemos pensar en el grupo de los desplazamientos, en donde son invariantes las dimensiones, los ángulos, las paralelas, etc. Ahora, si hacemos variar las dimensiones sin cambiar lo demás (incluyendo la variación nula) obtenemos un grupo más general, el grupo de las similitudes, así la figura se agranda, se achica o queda igual. Ahora, si modificamos los ángulos pero sin modificar las paralelas ni las rectas obtenemos una geometría "afín", en donde se puede cambiar un rombo por otro, si modificamos las paralelas pero conservamos las rectas formamos el grupo de las perspectivas... Así, tenemos un claro ejemplo de estructura y génesis, en donde, como se mencionó anteriormente, cada grupo integra al anterior, en un claro ejemplo del constructivismo.

Principio de identidad

Algo sencillo en matemáticas es: $a = a$, llamado el principio de identidad o propiedad reflexiva, y significa que algo es igual a sí mismo. Esto es válido para las matemáticas porque es la única ciencia que es abstracción reflexiva. Para las matemáticas las categorías son atemporales, es decir: $5 + 1 = 6$ es inmediato mientras que para cualquier otra disciplina los procesos son espacio-temporales.

Así, todo aprendizaje requiere de un tiempo vinculado a la manipulación del objeto, sea real o de conocimiento.

Aparentemente no hay nada más evidente, de captación más directa e inmediata, que los objetos que existen en el mundo exterior. Pareciera que con sólo mirar nos queda impreso para siempre que “esa fábrica es esa fábrica” o “ese camión es ese camión”. Piaget sostiene que esa evidencia es absolutamente falsa, ya que no es inmediata sino construida, un producto largamente elaborado. Sólo la coordinación de múltiples acciones sobre los objetos (sean reales o de conocimiento) nos lleva a acercarnos a la verdad objetiva, la de que ellos existen. Sin desplazarse o manipular los objetos, al mismo tiempo que se les “mira” (con los sentidos o la mente), no se habría llegado a construir en el pensamiento la permanencia de esos objetos, es decir saber que los objetos están aunque no los veamos. De ahí que, para Piaget, el principio aristotélico de identidad sea producto de una formalización de esas coordinaciones de acciones interiorizadas y no una simple evidencia o comienzo inmediato de un razonamiento coherente, contra lo que creía su propio descubridor. La igualdad $a = a$ no es el comienzo sino el fin de un razonamiento. Es decir, ese principio es parte, consecuencia o producto de una estructura formal y no puede tomársele asiladamente, así como se acostumbra en el pensamiento común. La certeza de considerar $a = a$ es aprendido. La convicción del objeto es también producto de una estructura o esquema de acciones reales.

De aquí que para identificar un objeto (real o de pensamiento) el principio de identidad permita determinar las cualidades de un proceso; es decir, lo importante es identificar el proceso del objeto, para después diferenciarlo de los demás. Entonces, la identificación para que sea concreta y objetiva debe ser relativa, transitoria y limitada. Relativa al momento de crecimiento (en el caso de un organismo) o consumación (por ejemplo, una vela encendida), limitada a un intervalo de tiempo y, transitoria porque al ser un proceso representa el trance de existir en una forma y de estar llegando simultáneamente a existir en otra forma distinta. Por ejemplo, un humano pasa por el proceso de ser: bebé, niño, adolescente, adulto y anciano; pero siempre será el mismo individuo. Por lo tanto, somos idénticos a nosotros mismos en cualquier momento de nuestra existencia (invariante), pero esto nos lleva a otra propiedad de la identidad que es la diversificación, puesto que se está diferenciando incesantemente. La diversidad propone cambios ininterrumpidos necesarios; en el caso de un organismo para mantenerse vivo requiere de ingreso de alimento, excreción de sustancias, respiración, circulación, etc. Hablando de geometría o de las estructuras geométricas podemos pensar en el grupo de los desplazamientos, en donde son invariantes las dimensiones, los ángulos, las paralelas, etc. Ahora, si hacemos variar las dimensiones sin cambiar lo demás (incluyendo la variación nula) obtenemos un grupo más general, el grupo de las similitudes, así la figura se agranda, se achica o queda igual. Ahora, si modificamos los ángulos pero sin modificar las paralelas ni las rectas obtenemos una geometría “afín”, en donde se puede cambiar un rombo por otro, si modificamos las paralelas pero conservamos las rectas formamos el grupo de las perspectivas... Así, tenemos un claro ejemplo

de estructura y génesis, en donde, como se mencionó anteriormente, cada grupo integra al anterior, en un claro ejemplo del constructivismo.

Por lo tanto, es un proceso de identificación y de diferenciación, y de este modo el concepto se construye por los diversos datos que se suministran. Para el caso anterior la identidad de la geometría.

¿Cómo se construye la identidad?

Con base en los experimentos realizados, Piaget menciona (1985): “Las reacciones observadas presentan cierto interés en cuanto a la evolución del sentido de la identidad. A primera vista parecen existir tres o cuatro niveles sucesivos: el de una tendencia a la identidad con negación del cambio, el de una negación general de la identidad una vez reconocido el cambio y el o los niveles de una composición entre las identidades y los cambios...”. A continuación desarrollaremos las características de cada nivel y su correspondencia en el plano científico.

El primer nivel de la identidad

El primer paso es la existencia de un objeto ajeno al propio yo (al sujeto). Dicho objeto debe “mostrar” al sujeto su existencia determinada en el espacio y en el tiempo a través de esquemas de acción. Es la identidad cualitativa casi-individualizada y casi-genérica del nivel I, alrededor de la edad de 3 años (Piaget, 1985). Para este nivel, si el objeto cambia su uso o su cualidad, deja su identidad; por ejemplo, un rectángulo tiene lados opuestos paralelos y un ángulo recto, pero si tiene lados de la misma dimensión entonces ya no es un rectángulo (para este nivel). Al parecer, lo que determina su identidad son las clases de equivalencia a la que pertenecen, esta identidad es cualitativa, por ejemplo, las clases que se determinan en los objetos que crecen son a lo más tres: las pequeñas, las medianas y las grandes; pero dichas medidas no se refieren a la cantidad sino a la cualidad, de modo tal que para este estadio, él “yo” de bebé no es el mismo que el “yo” de hoy o el “yo” de anciano. Todo está identificado por sus cualidades casi directamente relacionadas por la acción.

En el nivel científico los objetos y las investigaciones asociadas a describirlos son llamadas investigaciones de tipo cualitativas: casi-individualizadas y casi-genéricas.

El segundo nivel

En este nivel existe una *centración* en todo cambio; por ejemplo, una varita doblada no es la misma que si está recta, o que si se dobla en otra dirección etc. Lo curioso de este nivel es que los cambios se consideran también en los invariantes de la identidad. Un niño de 4 años nos podría decir que la varita roja es diferente en forma de arco que recta, porque como arco es más roja (o menos roja), esto no es un error de apreciación, sino una generalización del cambio de identidad producto de la falta de la operación de la reversibilidad; incluso, si la varita en forma de arco se regresa a recta no es la misma recta de un principio, es otra. Esta etapa (que en ocasiones no se presenta) se caracteriza por una identificación individualizada, considera los caracteres estáticos e inamovibles. En

este nivel los objetos y las investigaciones se caracterizan como cuantitativas estáticas e individualizadas.

El tercer nivel

Este nivel admite la identidad de un organismo en desarrollo. Los niños de 5-6 años admiten que los dibujos donde ellos mismos se representan de bebés y luego un poco más grandes y otro poco más grandes, son el mismo sujeto. Para el caso del crecimiento de una plantita el niño diría “Es siempre la misma planta que ha crecido. Es la misma pero diferente” (Piaget, 1985). En este nivel se aprecia ya la identidad sin la conservación del tamaño o la forma; se perciben cualidades constantes pertenecientes esencialmente al objeto, así como las cualidades y cantidades variables. Pero, aunque parezca exitosa, esta identidad carece de un elemento más, la conservación. Por ejemplo, un collar de cuentas desbaratado en un recipiente “es el mismo, pero hay más perlas”; si se presenta plastilina primero como esfera y luego como salchicha, “es la misma plastilina pero en la salchicha hay más para comer”; un ejemplo más, en una vela que se consume, los diferentes tamaños corresponden a diferentes velas en este nivel, para la vela que se derrite sin retorno posible hay nuevamente pérdida de la identidad.

En una prueba donde se alinean tres canicas (A, B y C) separadas 30 cm sobre un riel y existe en el extremo del riel un impulsor hecho con resorte, el experimento se realiza haciendo chocar la primera canica con la segunda, etc., primero con el impulsor y después con la mano. Las respuestas de uno de los sujetos en dicha prueba son las siguientes: con el propulsor, “no es el mismo golpe, porque la negra (B) avanzó menos (que A).”; con la mano el sujeto menciona, “Es el mismo golpe, fue más fuerte el que le dí primero” (Piaget, 1985). El niño afirma que el choque en todas las canicas es el mismo golpe, aunque la última va más despacio. Es claro que si la identidad parte de la acción, todavía en este nivel se encuentran los sujetos aferrados a la acción, y concretamente a la acción propia.

Haciendo analogía en el plano científico, como en los casos anteriores, existen investigaciones que “ven” al objeto de estudio en un proceso, pero se observan dificultades para efectuar una descripción completa de la dinámica del objeto de estudio. En este nivel las investigaciones se pueden caracterizar como *investigaciones cualitativas dinámicas*.

El cuarto nivel

Entre los ocho y nueve años el pensamiento natural comprende por fin, la relación entre la identidad y: desarrollo, clasificación, movimiento, conservación y funciones (Piaget, 1985). Basado en un sistema operatorio de transformaciones bien determinadas para de ese modo saber que se conserva y que cambia, cuáles son propiedades que “posee” ese elemento único y continuo y que le pertenecen de modo permanente (invariantes), es decir, diferencia sus propiedades cualitativas e individuales. Para el ejemplo de las canicas, existe una transformación cuantitativa del movimiento que pertenece a las conservaciones cuantitativas. Para la plastilina que cambia de forma, existe la invariante de color y volumen, estamos hablando de una identidad cuantitativa en cuanto a que es una operación que mantiene intactas características ($N + 0 = N$). Para el caso de las funciones tenemos que un

mismo objeto tiene los estados sucesivos $A = A'$, en donde por simetría puede ser $A' = A$. Por lo tanto, los tres estados que se contemplan en este nivel son: la reversibilidad por inversión, la reversibilidad por compensación o reciprocidad y la identidad (nada se ha sacado ni agregado). Asimismo, existe un parentesco entre estas funciones constituyentes y la identidad; por ejemplo, al establecer relaciones uno a uno, o varios a uno, la operación reversible nos conduce a “*encajes*” o nexos de continuidad entre las diversas clases presentes; esto es fuente de cuantificación: primero simplemente intensiva, luego extensiva y numérica o métrica. Para este nivel **las investigaciones en el plano científico serán: cuantitativas dinámicas**. Pero en ocasiones, por la dificultad de mediciones precisas será necesario recurrir a características cualitativas, por lo que generalmente los objetos y las investigaciones se pueden caracterizar como cualitativas y cuantitativas dinámicas.

La *Historia de las Ciencias* nos ayuda a comprender el proceso de construcción de los conocimientos, este beneficio a propiciado su impulso. Su estudio tiene relevancia para comprender los cambios de los niveles inferiores de las nociones y operaciones de los estados elementales a los niveles superiores, aunque debemos hacer el análisis visualizando la construcción según el marco de referencia y no de nuestra visión actual de la ciencia.

La significación epistemológica de un componente de conocimiento está muy ligada a su modo de **construcción**, pero también dicha construcción está muy atada a la historia y circunstancialmente a la psicogénesis. Esta última nos ayuda a romper con la idea de que el desarrollo de los conocimientos es lineal, y en forma más clara podemos argumentar que, en el desarrollo, cada estadio es antecedido por otro pero sin remplazarlo, de modo tal que, los primeros y los últimos tienen relación. Así, cada uno de los estadios es resultado de su antecesor y, además, produce posibilidades abiertas para el estadio siguiente. Pero, además, cada nuevo estadio comienza por una reorganización, a otro nivel, de las adquisiciones o códigos del antecesor. De aquí resulta una integración de ciertos vínculos que se entienden solo del análisis de los estadios elementales.

Así, estudiar la construcción del conocimiento desde temprana edad nos ayuda a los docentes entender los mecanismo de aprendizaje en niveles superiores. Porque, como ya se expuso con anterioridad, el mecanismo es semejante aunque exista cambio de nivel en la construcción del conocimiento.

Bibliografía:

- Piaget, Jean y Rolando García (1998) *Psicogénesis e historia de la ciencia* 8° ed Siglo XXI, México
Piaget, Jean (1995) *El estructuralismo* 1° ed CONACULTA ,México
Piaget, Jean (1986) *Introducción a la epistemología genética* 3 tomos 1° ed Debate ,Argentina
Piaget, Jean et al (1985) *Epistemología y psicología de la identidad* 1° ed Paidós ,México