

OBSTÁCULOS EN LA TRANSFERENCIA DE ALGUNOS CONCEPTOS DEL CÁLCULO APRENDIDOS EN EL CONTEXTO DEL MOVIMIENTO A OTROS.

José Alvaro Encinas Bringas
Facultad de Ingeniería-Unidad Mexicali
Universidad Autónoma de Baja California
Ramiro Ávila Godoy
Departamento de Matemáticas
Universidad de Sonora

Resumen

En este trabajo se indaga sobre ¿qué obstáculos se presentan a los estudiantes al transferir conceptos y métodos del cálculo diferencial aprendidos en el contexto del movimiento a otros contextos distintos tales como: la variación de áreas, volúmenes, temperaturas, energías u otras magnitudes físicas o al contexto de la matemática misma?

Para responder a esta interrogante se diseñaron una serie de actividades didácticas para el estudio de la variación en el contexto del movimiento en las que se utilizaron las diversas representaciones: gráfica, numérica y analítica. Dichas actividades fueron utilizadas en un curso de Cálculo Diferencial con estudiantes de ingeniería, en la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), Unidad Mexicali. Después de desarrolladas las actividades, se aplicó un cuestionario para indagar sobre lo aprendido y clasificar a los estudiantes por su desempeño; posteriormente se aplicó otro cuestionario a estos mismos estudiantes, con problemas equivalentes a los del primero, pero referidos a los otros contextos. Finalmente se analizaron y compararon los resultados del trabajo de los estudiantes en ambas situaciones tratando de identificar los obstáculos y dificultades de la transferencia.

Introducción

Muchos profesores desarrollan la actividad de enseñanza de las Matemáticas y, en particular del Cálculo, en forma eminentemente expositiva, es decir, consideran que enseñar es equivalente a “explicar” algún concepto, teorema o procedimiento que luego es necesario “ilustrar” con ejemplos. Por lo general la explicación y los ejemplos se presentan utilizando fundamentalmente representaciones analíticas. En este proceso, el papel de la mayoría de los estudiantes, se reduce a escuchar al profesor y tomar nota de lo que escribe en el pizarrón como recurso para tratar de retener lo “enseñado” para efectos de poder “utilizarlo” en la resolución de los problemas que, seguramente el profesor le pedirá que resuelva como prueba de que ha aprendido. Otra característica de la enseñanza tradicional es que las explicaciones y los ejemplos, por lo general, se hacen en el contexto de la matemática misma, bajo el supuesto de que si éstos son entendidos en lo general, podrán ser utilizados en los diversos casos particulares que son considerados como problemas de aplicación.

Una posible explicación de por qué la enseñanza del Cálculo se lleva a cabo, por lo general, en forma generalizada, es la influencia de los autores de los textos que se utilizan; por ejemplo: el libro de texto de Cálculo de James Stewart (Pág. 137) dice: "... Lo anterior ilustra el hecho de que parte del poder de las matemáticas radica en su propiedad de ser abstractas. Un solo concepto matemático abstracto (como el de la derivada) puede tener distintas interpretaciones en cada una de las ciencias. Esto es mucho más eficiente que desarrollar propiedades de conceptos especiales en cada ciencia de manera independiente." (El subrayado es nuestro) lo anterior si bien es cierto desde el punto de vista del conocimiento matemático (saber sabio) no necesariamente lo es para el conocimiento matemático a enseñar.

Una propuesta alternativa a la anterior, es plantear la enseñanza del Cálculo en contexto, de tal manera que el estudiante pueda asignarle más significados a los conceptos y procedimientos ya que se considera (Alatorre, 1991), (Moreno,1991,1996) que la enseñanza en contexto posibilita la asignación de significados. Pero, ¿Cuál es el costo en tiempo dentro de un curso de Cálculo para dedicarse a revisar una buena cantidad de contextos y apuntalar lo anterior? Desde este punto de vista es conveniente conocer lo que sucede con el aprendizaje de los estudiantes en un contexto y el transitar de un contexto a otro.

En el caso particular de este trabajo, se seleccionó el contexto del movimiento en una dimensión estudiando la variación de una magnitud con respecto a otra y su rapidez, tema fundamental para el Cálculo. Por lo que el problema de investigación es:

¿Qué obstáculos se presentan al transferir los conceptos y métodos del Cálculo, aprendidos en el contexto del movimiento, a otros contextos distintos tales como: la variación de áreas, volúmenes, temperaturas, energías u otras magnitudes físicas o al contexto de la matemática misma?

En correspondencia con el problema planteado, se desprende el objetivo de la investigación:

Identificar los obstáculos que los estudiantes enfrentan al intentar transferir los conocimientos asimilados en el contexto del movimiento a otros.

Antes de plantear la metodología seguida, se considera pertinente presentar algunas.

Consideraciones teóricas.

Concebimos el aprendizaje como un proceso de construcción de conocimiento y desarrollo de habilidades que es producto de la actividad cognitiva (intelectual) del sujeto que aprende. Esta concepción tiene su base más general en el Constructivismo piagetano y en las aportaciones posteriores de muchos de sus seguidores. La enseñanza la concebimos como el proceso de conducción de la actividad de aprendizaje, apoyados en los planteamientos de Másbits. También asumimos que la interacción comunicativa es fundamental en el aprendizaje y, en consecuencia, consideramos que éste es un proceso colaborativo. Las actividades que diseñamos para la enseñanza las denominamos "situaciones problémicas" por considerar que la actividad de aprendizaje se realiza

cuando el sujeto está queriendo resolver un problema, entendido éste como un estado de conflicto cognitivo caracterizado por el hecho de que el sujeto quiere realizar una tarea para la cual no está suficientemente preparado.

Según Luis Moreno (1992), el conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. En Moreno (1996) estudiantes pretenden resolver un problema de una manera similar a como les funcionaba en cierto contexto fallando en su intento. Es decir, cuando pasamos a otros contextos, ya no nos ofrece respuestas adecuadas. Aparecen disfuncionamientos en la estructura conceptual que hemos elaborado con aquella interpretación primera, la cual aparece ahora como un obstáculo para asimilar la nueva situación.

Según Díaz Godino (1990), un obstáculo es una concepción, posiblemente un conocimiento, que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problema pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para su aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarles a conseguirlo.

Brousseau (1988) da las siguientes características de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento;
- Produce respuestas adaptadas en un cierto contexto que el alumno encuentra con frecuencia;
- Genera respuestas incorrectas fuera de este contexto. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente;
- Resiste a las contradicciones a las que se confronta y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.
- Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándose de forma esporádica.

El obstáculo puede ser para el que aprende (cognitivo), para el que enseña (didáctico) y de evolución histórica del conocimiento (epistemológico).

Habiendo hecho estas precisiones teóricas seguidamente se expone la metodología que se siguió.

Metodología

La metodología fue de tipo cualitativo, por considerarla la más adecuada al problema de investigación. Los siguientes pasos fueron dados:

1. Se diseñó y aplicó un examen *exploratorio* sobre los conocimientos de los estudiantes en el tema de la variación.
2. Con base en los resultados del examen exploratorio, se diseñó un proyecto didáctico para la enseñanza de la variación en el movimiento. En dicho proyecto, el estudio del movimiento se lleva a cabo utilizando las diversas representaciones: gráfica, numérica y analítica.

3. Se condujo la enseñanza correspondiente durante cinco semanas, privilegiando el aprendizaje colaborativo y mediante situaciones problemáticas.
4. Se diseñó y aplicó un cuestionario *intermedio* –en la modalidad de examen parcial- para evaluar el grado de aprendizaje de la enseñanza mencionada. Consta de tres partes, cada una correspondiente a una de las representaciones. Un criterio fue definido para la clasificación de las respuestas.
5. Para observar el desenvolvimiento de los estudiantes ante temas de variación diferentes del movimiento, en los cuales no habían recibido enseñanza, se diseñó y aplicó un cuestionario llamado de *cambio* de contexto, formado de tres partes similarmente al cuestionario intermedio. Las respuestas de los estudiantes se clasifican con el mismo criterio mencionado en el punto 4.
6. Un análisis comparativo de las respuestas de los cuestionarios intermedios y de cambio se lleva a cabo, a partir del cual se hacen observaciones y comentarios.

Desarrollo

La etapa de la investigación con alumnos, se llevó a cabo durante el semestre 2002-2, con 23 estudiantes de primer semestre de diversas carreras de ingeniería y dentro de un curso regular de Cálculo Diferencial en la Facultad de Ingeniería Unidad Mexicali de la Universidad Autónoma de Baja California. La experiencia de enseñanza duró cinco semanas. La primera actividad fue aplicar el examen exploratorio, donde se detectaron carencias y fallas y tomando en cuenta los conocimientos previos requeridos se diseñó el proyecto didáctico con el siguiente contenido temático:

1. Detección de variables en el movimiento y relaciones de dependencia. Posición, velocidad, aceleración y tiempo.
2. Lectura de gráficas, tablas y formulas.
3. Análisis de los distintos casos posición-velocidad, velocidad– aceleración.
4. Velocidad y aceleración media e instantánea: la secante y la tangente
5. Construcción de la gráfica de la velocidad y de la aceleración a partir de la posición.
6. Obtención de la fórmula de la velocidad y de la aceleración a partir de la posición.
7. Cambios de representación gráfica, tabular y analítica de posición-velocidad y aceleración.

La variación en el movimiento fue enseñada en las representaciones: gráfica, numérica y analítica. Esta enseñanza es evaluada por medio de los llamados cuestionarios *intermedios*. Este cuestionario, está a su vez compuesto por tres partes, cada una corresponde a un tipo de representación de la variación.

Los problemas que componen los cuestionarios *intermedios*, tienen cada uno su objetivo, se le caracteriza y se explicita un criterio de evaluación. Al calificarse, se elabora una estadística por problema y por estudiante. Para el cuestionario de *cambio* de contexto, se tiene una situación similar a la anterior, con la finalidad de poder hacer las comparaciones correspondientes. Los

cuestionarios fueron aplicados a los estudiantes como si fueran exámenes parciales, buscándose con ello el máximo esfuerzo de su parte para resolverlos y procurando que la investigación se llevara a cabo en las condiciones más normales para el grupo de estudiantes.

Por otra parte, los problemas presentados dentro de los cuestionarios fueron elaborados para evaluar el desempeño de los estudiantes al analizar cada una de las siguientes tres características de la variación de una magnitud: 1) Su dirección, 2) Su rapidez y 3) La rapidez con que varía su rapidez. Cada una de estas tres características se abordaron en los problemas a través de las diversas representaciones: numérica, gráfica y analítica.

Análisis.

Las calificaciones obtenidas por los estudiantes en estos exámenes parciales, fueron organizadas de la siguiente manera: estudiantes que obtuvieron 8 o 9 o 10 se catalogó su desempeño como *Bueno*; los que alcanzaron 6 o 7, como *Regular* y los de 5 o menos, como *No Suficiente*.

En la tabla # 1, se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes en los cuestionarios de *cambio*, es decir en contextos diferentes al movimiento. La información es organizada de la siguiente manera: La columna de la izquierda muestra el desempeño de los estudiantes en el examen *intermedio*, de acuerdo con la convención tomada en el párrafo anterior. La segunda columna, anota las características de la variación a considerar. La columna de la derecha, presenta específicamente los resultados obtenidos en los cuestionarios de *cambio* de contexto diferente al de movimiento, desglosados por representación. Así el número 75 significa que 7 estudiantes considerados como *buenos* en el examen intermedio y en la característica de Dirección de la variación, representación gráfica, se desempeñaron de la siguiente manera en el correspondiente examen de cambio: 3 estudiantes contestaron exitosamente las 9 preguntas hechas; 2 estudiantes contestaron 7; uno con 4 y finalmente otro estudiante con dos, de tal manera que:

$$\frac{3 * 9 + 2 * 7 + 1 * 4 + 1 * 2}{7 * 9} = 75$$

Asimismo el número 16 significa que 15 estudiantes considerados como No Suficiente en el examen intermedio y en la Rapidez de la Rapidez de la magnitud, representación analítica, en el examen de cambio lograron que: 2 estudiantes contestaron correctamente las dos preguntas; uno con una y 15 con ninguna. El símbolo * significa que no hubo alumnos que pudieran catalogarse como Regulares en la característica de Rapidez de la Rapidez. La frase, No se evaluó, se refiere a que no se aplicó alguna pregunta sobre la característica de la Rapidez de la Rapidez en la representación numérica.

Desempeño en examen <i>intermedio</i>	Característica de la variación	Desempeño en los exámenes de <i>cambio</i> de contexto, en la representación:		
		Gráfica	Numérica	Analítica
Bueno	Dirección	75	100	71
	Rapidez	57	100	100
	Rapidez de rapidez	50	No se evaluó	12
Regular	Dirección	59	64	50
	Rapidez	43	73	50
	Rapidez de rapidez	*	No se evaluó	*
No Suficiente	Dirección	74	56	83
	Rapidez	26	71	40
	Rapidez de rapidez	33	No se evaluó	16

Tabla # 1

En la tabla # 1 se observa una tendencia a que los estudiantes catalogados como *Buenos* en su desempeño en el periodo de enseñanza, sean los más exitosos al analizar, interpretar y resolver problemas en otros contextos. Similarmente, los estudiantes cuyo desempeño fue regular en ese periodo también lo fueron en las nuevas situaciones. De igual manera los No Suficiente. Algunos números de la tabla que se salen de las tendencias pueden atribuirse a errores en la toma de los datos correspondientes, tales como el 74, 83 y 12.

En la tabla # 2, se presenta la misma información de la tabla #1 pero organizada de manera diferente, la columna de la izquierda corresponde a las tres características de la variación.

Característica de la variación	Desempeño en examen <i>intermedio</i>	Desempeño en los exámenes de <i>cambio</i> de contexto, en la representación:		
		Gráfica	Numérica	Analítica
Dirección	Bueno	75	100	71
	Regular	59	64	50
	No Suficiente	74	56	83
Rapidez	Bueno	57	100	100
	Regular	43	73	50
	No Suficiente	26	71	40
Rapidez de rapidez	Bueno	50	No se evaluó	12
	Regular	*	No se evaluó	*
	No Suficiente	33	No se evaluó	16

Tabla # 2

En esta tabla # 2, también se pueden detectar tendencias: La característica de dirección de la variación de la magnitud de menor complejidad del conocimiento es mejor transferido por los estudiantes, que las otras dos características de mayor complejidad; en estas últimas, son menos exitosos en sus intentos.

De tal manera que en términos generales, estudiantes exitosos en la más sencilla característica de la variación-la dirección-en el contexto del movimiento

también lo serán en otros contextos. A medida que aumenta el nivel de complejidad de las características de la variación, inversamente proporcional será el éxito. También, los estudiantes clasificados como Regulares y como No Suficientes, tienen un comportamiento similar.

Algunos casos.

A continuación se presentarán algunas respuestas de 2 estudiantes tanto exitosas como fallidas que ilustrarán lo acontecido.

Caso estudiante A

Primeramente se presenta el caso de una transferencia exitosa de la característica de dirección de la variación y en el ambiente gráfico. El problema que pertenece al cuestionario *intermedio* es el siguiente:

La gráfica que aparece a continuación, representa el registro de la variación de la distancia recorrida respecto al tiempo de una hormiga que sale del hoyo (origen) y que se desplaza sobre el césped en busca de comida. Para qué valor o valores del tiempo t la hormiga:

a) Se estaba alejando del hoyo, b) Tuvo el máximo alejamiento del hoyo, c) Estaba incrementando su rapidez.

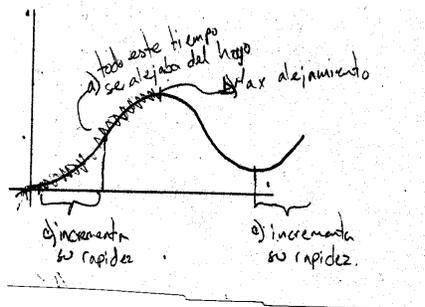


figura 1

En la figura 1 se observa que el estudiante ha identificado en la gráfica el intervalo temporal de alejamiento del hoyo (creciente) por parte de la hormiga así como el máximo alejamiento del mismo (valor máximo).

En cuanto a su desempeño en el correspondiente cuestionario de *cambio*, se presentan varios problemas pertenecientes a diversos contextos:

Problema i)

Se tiene una varilla de las utilizadas en el ramo de la construcción a la cual se le está sometiendo a pruebas de laboratorio en relación con el flujo de calor en ella. La gráfica de la figura en la hoja anexa representa los datos recabados en las pruebas. La ordenada corresponde a los valores de la temperatura T en grados centígrados mientras que la abscisa representa posiciones X en metros en la varilla de longitud L con respecto a su extremo izquierdo el cual coincide con el origen $x = 0$. Observando minuciosamente la figura responde para qué punto o puntos x de la varilla se tiene que:

1. La temperatura es cero
2. La temperatura tiene su mayor valor
3. Estaba disminuyendo su valor la temperatura
4. La rapidez con la que cambia la temperatura con respecto al recorrido de la varilla está disminuyendo
5. Bosqueja la gráfica de la rapidez con la que varía la temperatura al recorrer la varilla
6. De la gráfica obtenida en el inciso anterior, ¿para qué intervalo de la varilla, la rapidez es positiva?
7. Partiendo de la gráfica del inciso e) construye la de la rapidez con la que varía la rapidez de la temperatura al recorrer la varilla.

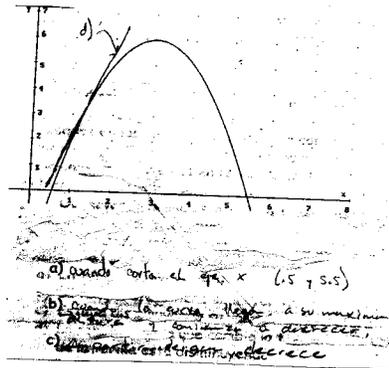


figura 2

La figura 2 donde se localizan los instantes de valor cero de la temperatura, el instante de mayor valor de la temperatura (valor máximo) y el intervalo de disminución de la temperatura (decreciente) lo cual es llevado a cabo con éxito.

Problema ii)

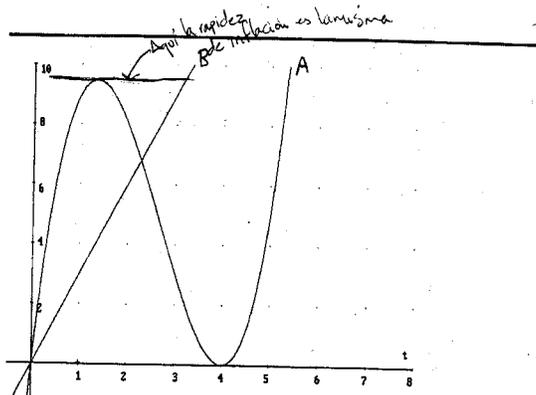
La primera parte del problema del globo que se infla/desinfla puede apreciarse en la Figura 3 donde se hace correctamente la traducción del problema del movimiento al del globo.

Nota. El siguiente problema no lo resuelvas, sólo léelo y al final del mismo sigue las instrucciones que se te dan.

Una partícula A se mueve en una trayectoria recta horizontal. La variación de la posición respecto al tiempo está representada en la figura de la hoja anexa por la curva A. Encuentra en qué instante o instantes se tiene que la partícula:

- a) Se encuentra en el origen
- b) Se aleja del origen
- c) Tiene el máximo alejamiento del origen
- d) La velocidad se incrementa en magnitud
- e) Tiene velocidad nula.
- f) Tiene aceleración nula.

Supongamos que la curva A deja de representar el movimiento de la partícula y ahora representa la variación del volumen respecto al tiempo de un globo azul (A) al que le puede entrar y salir aire. Rescribe las preguntas de los incisos de arriba con el equivalente a las mismas en el problema del globo A.



#2

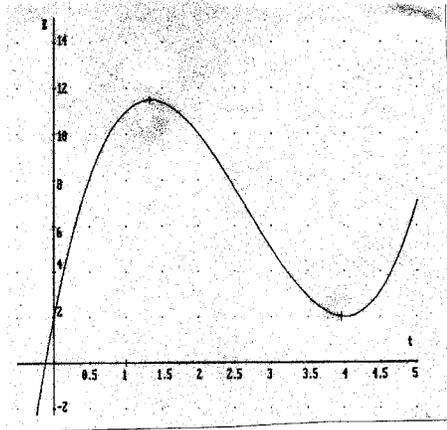
- Cuando no está inflado
- Cuando comienza a inflarse
- Cuando está completamente lleno de aire.

Figura 3

Problema iii)

Un cuerpo de masa m tiene una energía mecánica E con unidades en Joules. El cuerpo puede perder energía mecánica transformándose en energía calorífica. También puede ganar energía mecánica en otra etapa del proceso. La gráfica que aparece abajo representa la variación de la energía mecánica del cuerpo respecto al tiempo para $0 \leq t \leq 5$ segundos. Encuentra lo que se te pide. En qué instante o instantes se tiene qué:

- Se está transformando energía mecánica en calorífica
 - La energía mecánica alcanza su mayor valor
 - Está ganando energía mecánica
 - La rapidez con la que varía la energía es nula.
 - La rapidez con la que varía la energía es creciente.
 - La rapidez con la que varía la energía deja de crecer y comienza a decrecer.
- (Escribe en cada inciso que característica de la gráfica te hizo responder de la manera en que lo haces)



- a) $1.5 \leq t \leq 4$
- b) ~~0 ≤ t ≤ 1.5~~ $t = 1.5$
- c) $0 \leq t \leq 1.5$ y $4 \leq t \leq 5$

figura 4

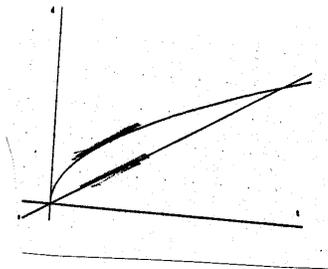
La figura 4 muestra el problema de energía mecánica identificando con éxito el crecimiento, decrecimiento y mayor valor de ésta.

Caso Estudiante B

El caso siguiente presentado a través de la figura 5 marca correctamente en la gráfica el instante de iguales tangentes e inclusive escribe “ cuando, analíticamente las pendientes en las gráficas de cada automóvil sean iguales, $m_A = m_B$ en un punto” lo cual nos dice la claridad que tiene del concepto. El enunciado del problema es:

Problema iv)

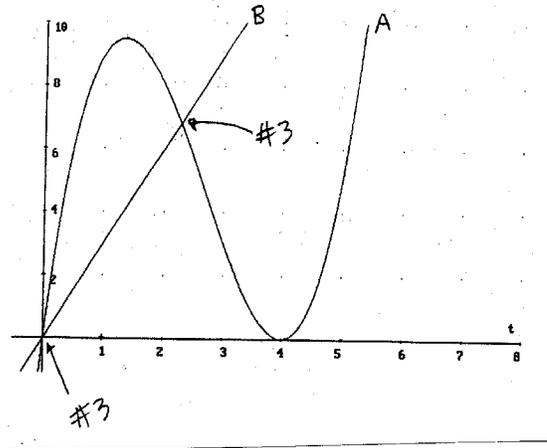
Dos automóviles A y B se desplazan a lo largo de una carretera, los registros gráficos de la variación de la distancia recorrida respecto al tiempo se muestran seguidamente. ¿ En qué instante o instantes la velocidad del auto A es igual a la de B?



Cuando, analíticamente, las pendientes en las gráficas de cada automóvil sean iguales, $m_A = m_B$, en un punto.

figura 5

Pero en la figura 6 se observa que a una pregunta similar -Si la recta B de la figura representa la variación del volumen de un segundo globo blanco (B). ¿En qué instante o instantes la rapidez con la que se inflan los dos globos es la misma? Señálalo en la gráfica- responde en que el cruce de la curva y la recta es el instante de igual rapidez dejándose influir con esa particularidad. Escribe “donde se inflan los globos al mismo tiempo” que corresponde a su selección anterior. Al parecer está confundiendo igual volumen de los globos con igual rapidez de inflamamiento.



#3 ⇒ donde se inflan los globos al mismo tiempo.

figura 6

Dificultades y obstáculos.

Seguidamente se enlistan algunas dificultades que aparecen con regularidad en el trabajo de los estudiantes, detectadas tanto en el contexto del movimiento como en los otros, es decir que persisten en la transferencia:

- Dificultad en el manejo de ejes no graduados en las gráficas en comparación con los graduados.
- Se encuentra que en los cuestionamientos que requieren de una respuesta que involucra un punto o un instante se tiene mayor éxito sobre los que involucran intervalos, esto se ve en las tres representaciones.
- En el caso de existir más de un punto o de un segmento como respuesta a una pregunta, hay una tendencia por sólo mencionar un solo dato, esto se ve en las tres representaciones.
- En cuanto a los cuestionamientos que involucran la variación de la magnitud, éstos en términos generales son más exitosos que los que involucran la rapidez. Lo anterior posiblemente se deba a que el último concepto es más abstracto que el primero. Esto se ve en las tres representaciones.

- e) Preguntas relacionadas con la rapidez con la que varía la rapidez de la magnitud variable en lo general, serán menos exitosas que las hechas sobre la rapidez solamente. Lo anterior reafirma la conjetura mencionada en el inciso anterior. Esto se ve en las tres representaciones.
- f) Se observa una fuerte tendencia a dar respuestas sobre alguna particularidad visual de la gráfica tal como el cruce de dos curvas a preguntas formuladas donde la respuesta es otra, de tal manera que lo podríamos catalogar como un obstáculo. Algunos autores lo reportan, y se debe a la confusión de la representación gráfica con la trayectoria real.
- g) Particular dificultad se observa en la construcción de la gráfica de la rapidez a partir de la magnitud variable. Se considera que esto puede deberse a un deficiente aprendizaje o algún tipo de obstáculo de la relación entre la pendiente de la tangente a la curva de la variación de la magnitud y la rapidez. No se pudo aislar una conjetura de la otra.
- h) Dificultad en relacionar las formulas de las rapidezces con pendientes de secantes y tangentes
- i) En términos generales el desempeño fue más exitoso en problemas con una expresión algebraica sencilla independientemente que en ésta se representara una magnitud variable más alejada de los sentidos (Ej. carga eléctrica) que en los otros casos con magnitudes variables más cercanas. Es decir, la dificultad está localizada en lo complejo de la estructura algebraica.

En cuanto a los obstáculos pertenecientes estrictamente a la transferencia intercontextos no fue posible aislarlos; tal vez porque no existan o porque sea debido a defectos de esta investigación, posiblemente haciendo un estudio de casos solamente a los más exitosos de la etapa de enseñanza y así poder detectar esos obstáculos.

Se especula que el estudiante puede ser exitoso en transferir los conocimientos aprendidos de la variación en el movimiento en las diversas representaciones de ésta cuando tenga las suficientes habilidades para analizar una “nueva” (para él) situación problémica siendo capaz de identificar las magnitudes que varían y su relación entre ellas, partiendo de éstas podrían hacer los análisis consecuentes.

Si bien ya no pertenece a la presente investigación, después de la enseñanza tratada en éste trabajo el curso de cálculo diferencial continuó impartándose en condiciones regulares. Se hace la observación de que en términos generales los estudiantes tuvieron un mayor significado del resto del curso, comparado con otros cursos que se han impartido sobre la misma materia en condiciones normales.

Por lo anterior y por la investigación misma se recomienda incluir en los contenidos de los cursos de cálculo diferencial la representación gráfica y numérica de la variación en contextos tales como el del movimiento y otros, para que haya mayor asignación de significados. Asimismo el trabajar el análisis de situaciones problémicas para detectar e identificar las magnitudes que varían.

Bibliografía

- Alatorre Frank, Silvia.** Los contextos, las creencia y las intuiciones acerca de Cobb, Tuersky y Kahneman. Revista Educación Matemática, Vol. 3 #1, Ed. Iberoamérica .1991.
- Ávila Godoy Ramiro.** Un estudio sobre la variación. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma del Estado de Morelos.2000.
- Ávila Godoy Ramiro. La representación gráfica de la variación. Cuaderno didáctico, COBACH de Sonora. 1997.
- Bautista Jacobo, Alejandrina.** El trabajo conjunto de aplicación y diseño de situaciones de aprendizaje como estrategia de actualización de los profesores de matemáticas de secundaria. Tesis de maestría, UNISON. 1999.
- Benítez Pérez, Alma Alicia.** Estudio exploratorio sobre la construcción de la expresión algebraica, a través de la interpretación global de las representaciones gráficas, numérica y algebraica. Documento Pre- Doctoral. CINVESTAV. 2000.
- Díaz Godino, Juan.** Hacia una teoría de la didáctica matemática. Apuntes del Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.1990.
- Duval R.** Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros. Traducción de Blanca Parra. 1988.
- Encinas Bringas, José Alvaro.** Obstáculos en la transferencia de algunos conceptos del cálculo aprendidos en el contexto del movimiento a otros. Tesis de grado de maestría. Universidad de Sonora. 2001.
- Hernández Sampieri, Roberto** y grupo: Metodología de la Investigación, McGraw Hill. 1991.
- Hitt Espinoza Fernando.** Intuición primera versus pensamiento analítico: dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real y viceversa. Revista Educación matemática Vol.7 #1. Ed. Iberoamérica. 1995.
- Hitt Espinoza Fernando.** Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. Revista Educación matemática Vol.10. Ed. Iberoamérica.1998.
- Hughes-Hallet Deborah, Gleason Andrew M.** et al, Cálculo. Ed. CECSA
- Mancera Martínez, Eduardo.** Errar es un placer. Ed. Iberoamérica. México.1998.
- Máhbits, Y.I.** Problemas Psicológicos- Pedagógicos de la conducción de la actividad de aprendizaje. Ed. Vyscha schkola, Kiev, Ucrania. 1987.
- Moreno Armella, Luis.** La epistemología genética: una interpretación. Educación Matemática Vol.8 #3. Ed. Iberoamérica.1996
- Moreno Armella, Luis y Waldegg, Guillermina.** Constructivismo y Educación Matemática. Revista Educación Matemática Vol.4.#2. Ed. Iberoamérica.1992.
- Moreno Mercado, Manuel.** Enseñanza problémica en Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Diseño de materiales. Tesis de grado de maestría. Universidad Autónoma de Morelos. 1999.
- Polya, George.** Como plantear y resolver problemas. México: Trillas, 1965 (reimp.1997)
- Problemas sobre movimiento. Parte I. CIDME. Universidad de Sonora.
- Rico Luis.** Errores en el aprendizaje de las matemáticas. Revista Educación matemática. Ed. Iberoamérica.1995.
- Santos Trigo, Manuel.** Hacia una caracterización de la educación matemática y la investigación. CINVESTAV. 1994.
- Stewart, James.** Cálculo, Ed. Iberoamérica. 1994.
- Wenzelburger, Elfriede.** Cálculo Diferencial. Ed. Iberoamérica. 1993.