FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS

COORDINACIÓN DE CIENCIAS APLICADAS

ACADEMIA DE MECÁNICA

Cuaderno de ejercicios resueltos

Tema 7:

Métodos combinados para la resolución de problemas

Elaborado por:

Dra. Gloria Ramírez Romero

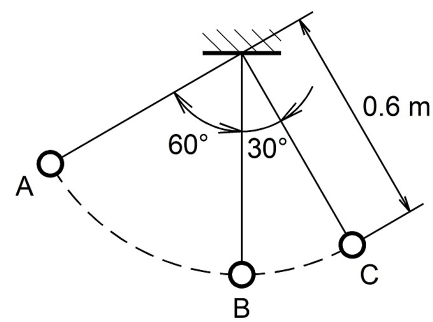
M.I Yukihiro Minami Koyama

Cuaderno de ejercicios resueltos de Mecánica

Tema 7
Métodos combinados para la resolución de problemas

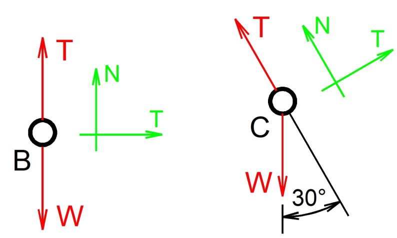
Ejercicio 7.1

La péndola de un péndulo simple que tiene una masa de 0.1 kg, se suelta del reposo desde la posición A mostrada en la figura.
Determine la rapidez de la partícula en los puntos B y C; asimismo, para dichas posiciones, obtenga la magnitud de la fuerza de tensión en el hilo y la aceleración total de la partícula.



En este problema, se aplica el método del trabajo y la energía para calcular la rapidez en las posiciones indicadas y las ecuaciones de movimiento para determinar la fuerza de tensión en el hilo y la aceleración total de la partícula.

Diagramas de cuerpo libre de la péndola en los puntos B y C:



Dado que la tensión en el hilo es siempre perpendicular a la trayectoria de la partícula, la única fuerza que desarrolla trabajo es el peso.

Se establece como posición vertical nula la del punto B:

$$y_B = 0$$

Las otras dos posiciones verticales se
determinan restando a la longitud del hilo, L = 0.6 m, el valor de L Cos [θ], donde θ es el ángulo que forma el hilo con la vertical.

Entonces, para el punto A:

y_A = L - L Cos [60°]

y_A = 0.6 - 0.6 (0.5)

y_A = 0.6 - 0.3

y_A = 0.3 m

Para el punto C:

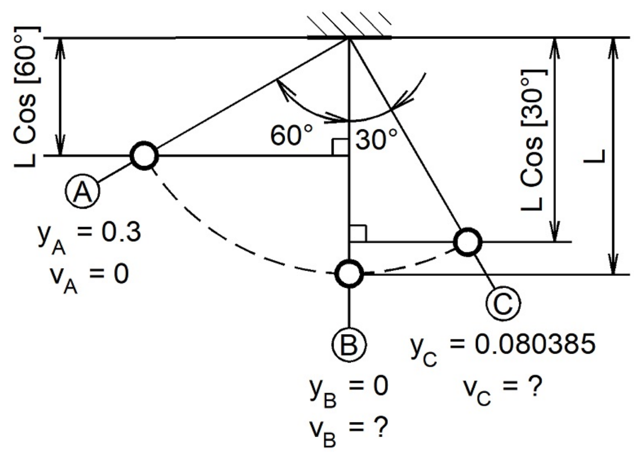
y_C = L - L Cos [30°]

y_C = 0.6 - 0.6 (0.8660)

y_C = 0.6 - 0.519615

y_C = 0.080385 m

A continuación se muestra el diagrama de posiciones y parámetros de este péndulo:



Se aplica el método del trabajo y la energía para calcular la rapidez en el punto B:

U^W_{A-B} = -magW ($y_B - y_A$)

U^W_{A-B} = -0.1 (9.81) (0 - 0.3)

U^W_{A-B} = 0.2943 N·m

$U^W_{A-B} = \frac{1}{2}$ m v_B^2 - $\frac{1}{2}$ m v_A^2

0.2943 = $\frac{1}{2}$ (0.1) v_B^2

$\frac{1}{2}$ (0.1) v_B^2 = 0.2943

$v_B^2 = \frac{0.2943}{0.05}$

v_B^2 = 5.886

$v_B = \sqrt{5.886}$

v_B = 2.4261 $\frac{m}{s}$

Para el punto C, el desarrollo es el siguiente:

U^{W}_{A-C} = -magW $(y_C - y_A)$

U^{W}_{A-C} = -0.1 (9.81) (0.080385 - 0.3)

U^{W}_{A-C} = 0.21544 N·m

$U^{W}_{A-C} = \frac{1}{2}\ m\ v_C^2 - \frac{1}{2}\ m\ v_A^2$

$0.21544 = \frac{1}{2}\ (0.1)\ v_C^2$

$\frac{1}{2}\ (0.1)\ v_C^2 = 0.21544$

$v_C^2 = \frac{0.21544}{0.05}$

$v_C^2 = 4.3088$

$v_C = \sqrt{4.3088}$

$v_C = 2.0758\ \frac{m}{s}$

La rapidez de la partícula en los puntos B y C son, respectivamente:

$v_B = 2.4261\ \frac{m}{s}$ y $v_C = 2.0758\ \frac{m}{s}$.

Con base en los diagramas de cuerpo libre anteriores, la representación vectorial de las fuerzas que actúan sobre la partícula en la posición B son:

$\overline{T}$ = {0, magT}

$\overline{W}$ = {0, -m g}

$\overline{W}$ = {0, -0.1 (9.81)}

$\overline{W}$ = {0, -0.981} N

Con base en la segunda ley de Newton, se puede establecer para la posición B la siguiente expresión:

$\overline{T} - \overline{W} = m\ \overline{a}$

{0, magT - 0.981} = 0.1 $\{a_{T,B},\ a_{N,B}\}$

$0 = 0.1\ a_{T,B}$

$a_{T,B} = 0$

magT - 0.981 = 0.1 $a_{N,B}$

Dado que:

$a_{N,B} = \frac{v_B^2}{L}$

$a_{N,B} = \frac{5.886}{0.6}$

$a_{N,B} = 9.81\ \frac{m}{s^2}$

Entonces, la aceleración total de la partícula es:

$\overline{a_B} = \{a_{T,B},\ a_{N,B}\}$

$\overline{a_B} = \{0,\ 9.81\}\ \frac{m}{s^2}$

De donde la tensión en el hilo es:

$\text{magT}_B - 0.981 = 0.1\ (9.81)$

$\text{magT}_B = 0.981 + 0.981$

$\text{magT}_B = 1.962\ \text{N}$

En B la magnitud de la tensión en el hilo y la aceleración total de la partícula son: $\text{magT}_B = 1.962\ \text{N}$ y $\overline{a_B} = \{0, 9.81\}\ \frac{m}{s^2}$.

Para el caso del punto C, con base en su diagrama de cuerpo libre la representación vectorial de las fuerzas que actúan sobre la péndola son:

$\overline{T} = \{0, \text{magT}\}$

$\overline{W} = 0.1\ (9.81)\ \{-\text{Sin}\ [30°], -\text{Cos}\ [30°]\}$

$\overline{W} = 0.981\ \{-0.5, -0.8660\}$

$\overline{W} = \{-0.4905, -0.8496\}$

Se aplica la segunda ley de Newton para la posición C:

$\overline{T} - \overline{W} = \text{m}\ \overline{a}$

$\{-0.4905, \text{magT} - 0.8496\} = 0.1\ \{a_{T,C},\ a_{N,C}\}$

$-0.4905 = 0.1\ a_{T,C}$

$0.1\ a_{T,C} = -0.4905$

$a_{T,C} = -4.905\ \frac{m}{s^2}$

$\text{magT} - 0.8496 = 0.1\ a_{N,C}$

Dado que:

$a_{N,C} = \frac{v_C^2}{L}$

$a_{N,C} = \frac{4.3088}{0.6}$

$a_{N,C} = 7.1813\ \frac{m}{s^2}$

Entonces, la aceleración total de la partícula es:

$\overline{a_C} = \{a_{T,C},\ a_{N,C}\}$

$\overline{a_C} = \{-4.905, 7.1813\}\ \frac{m}{s^2}$

De donde la tensión en el hilo es:

$\text{magT}_C - 0.8496 = 0.1\ (7.1813)$

$\text{magT}_C = 0.71813 + 0.8496$

$\text{magT}_C = 1.5677\ \text{N}$

En C la magnitud de la tensión en el hilo y la aceleración total de la partícula son: $\text{magT}_C = 1.5677\ \text{N}$ y $\overline{a_B} = \{-4.905, 7.1813\}\ \frac{m}{s^2}$.

Resolución del problema con funciones de Mathematica

Datos :

```
m = 0.1;
g = 9.81;
L = 0.6;
```

Posiciones y parámetros:

```
yB = 0;
yA = L - L Cos[60 °]
yC = L - L Cos[30 °]
vA = 0;
```

Método del trabajo y la energía para el punto B:

```
UWAaB = -m g (yB - yA)
ec1 = UWAaB == 1/2 m vB^2 - 1/2 m vA^2
resp1 = Solve[ec1]
vBSol = vB /. resp1[[2]]
```

Método del trabajo y la energía para el punto C:

```
UWAaC = -m g (yC - yA)
ec2 = UWAaC == 1/2 m vC^2 - 1/2 m vA^2
resp2 = Solve[ec2]
vCSol = vC /. resp2[[2]]
```

Representación vectorial de las fuerzas que actúan en la posición B:

```
T = {0, magTB}
W = {0, -m g}
```

Aplicación de la segunda ley de Newton en la posición B:

```
ec3 = T + W == m {aTB, aNB}
resp3 = Solve[ec3, {aTB, aNB}]
aTBSol = aTB /. resp3[[1]]
aNBSol = aNB /. resp3[[1]]
```

Tensión en el hilo y aceleración total en la posición B:

```
aNB = vBSol^2/L
ec4 = aNBSol == aNB
resp4 = Solve[ec4]
magTBSol = magTB /. resp4[[1]]
aB = {aTBSol, aNB}
```

Representación vectorial de las fuerzas en el punto C:

```
T = {0, magTC}
W = m g {-Sin[30 °], -Cos[30 °]}
```

Aplicación de la segunda ley de Newton en la posición B:

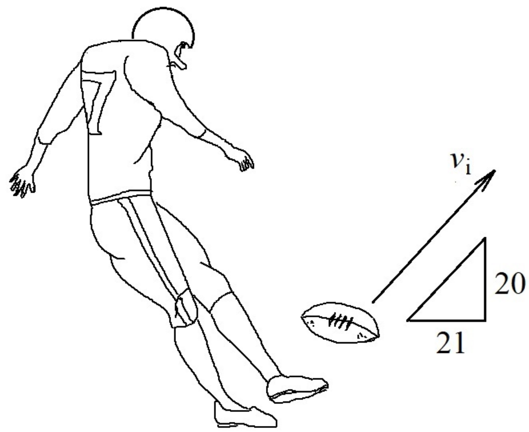
```
ec5 = T + W == m {aTC, aNC}
resp5 = Solve[ec5, {aTC, aNC}]
aTCSol = aTC /. resp5[[1]]
aNCSol = aNC /. resp5[[1]]
```

Tensión en el hilo y aceleración total en la posición B:

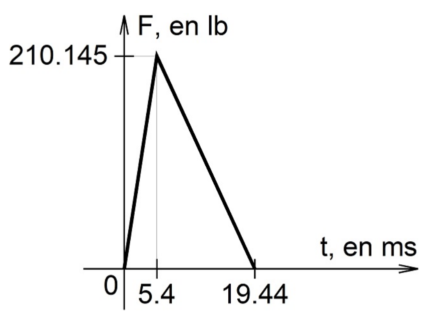
```
aNC = vCSol^2/L
ec6 = aNCSol == aNC
resp6 = Solve[ec6]
magTCSol = magTC /. resp6[[1]]
aC = {aTCSol, aNC}
```

Ejercicio 7.2

Un jugador de fútbol americano patea un balón de 0.9 lb de tal manera que éste adquiere una velocidad inicial v_i cuya pendiente es $s = \frac{20}{21}$, tal como se muestra en la figura.



El balón está colocado en el centro de la yarda 40 del campo rival y, por consiguiente, el travesaño del gol, colocado a 10 ft de altura del suelo, se encuentra a una distancia de 50 yd con respecto al lugar donde fue pateado el balón. Recuerde que 1 yd = 3 ft.
Si la magnitud de la fuerza que la patada le imprimió al balón es como se muestra en la siguiente gráfica, el balón tiene una trayectoria hacia el centro del gol y se desprecia todo efecto aerodinámico así como el impulso que causa el peso del balón cuando fue pateado, determine si se anotó el gol de campo, para lo cual es necesario que el balón pase por encima del travesaño.



Para resolver este problema, primero se emplea el principio de impulso y cantidad de movimiento lineal, para calcular la magnitud de la velocidad inicial y, posteriormente, con base en ecuaciones de movimiento del tiro parabólico generado, establecer a qué altura pasó el balón cuando recorrió horizontalmente 50 yd.

La magnitud del impulso que generó la fuerza que aplicó el jugador al balón es:

$$\text{magImp} = \int_0^{0.01944} F \, dt$$

Dado que es igual al área bajo la curva de la gráfica de la fuerza aplicada, dicha magnitud tiene un valor:

$$\text{magImp} = \frac{1}{2} (0.01944) (210.145)$$

$$\text{magImp} = 2.04261 \text{ lb·s}$$

Entonces, dado que si la pendiente de la velocidad inicial $s = \frac{20}{21}$:

$$\text{hip} = \sqrt{20^2 + 21^2}$$
$$\text{hip} = \sqrt{400 + 441}$$
$$\text{hip} = \sqrt{841}$$
$$\text{hip} = 29$$
$$\overline{\text{Imp}} = 2.04261 \left\{\frac{21}{29},\ \frac{20}{29}\right\}$$
$$\overline{\text{Imp}} = \{1.479131, 1.408696\}\ \text{lb·s}$$

Por definición, impulso es el producto de la masa por la velocidad que adquiere el cuerpo en estudio. Por tanto:

$$\overline{\text{Imp}} = \text{m}\ \overline{v_i}$$
$$\{1.479131, 1.408696\} = \frac{0.9}{32.2}\left\{v_{i,x}.\ v_{i,y}\right\}$$
$$1.479131 = \frac{0.9}{32.2}\ v_{i,x}$$
$$1.408696 = \frac{0.9}{32.2}\ v_{i,y}$$
$$v_{i,x} = \frac{1.479131\,(32.2)}{0.9}$$
$$v_{i,x} = 52.92\ \frac{\text{ft}}{s}$$
$$v_{i,y} = \frac{1.408696\,(32.2)}{0.9}$$
$$v_{i,y} = 50.4\ \frac{\text{ft}}{s}$$

Dado que la expresión de la posición de un cuerpo que describe un tiro parabólico es:

$$\overline{r} = \left\{v_{i,x}\, t + x_0, -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + v_{i,y}\ \text{t} + y_0\right\}$$

y los valores de los parámetros son:

$$\overline{r_0} = \{0, 0\}$$

es decir:

$$x_0 = 0$$
$$y_0 = 0$$

y:

$$\text{g} = 32.2$$

Luego de sustituir estos valores, la expresión queda como sigue:

$$\overline{r} = \{52.92\ \text{t}, \text{-}16.1\ t^2 + 50.4\ \text{t}\}$$

Se desea determinar la altura, h, al que pasa el balón cuando el recorrido horizontal sea de 50 yd, es decir, 150 ft:

$$\{150, \text{h}\} = \{52.92\ \text{t}, \text{-}16.1\ t^2 + 50.4\ \text{t}\}$$

de donde:

$$150 = 52.92\ \text{t}$$
$$\text{h} = \text{-}16.1\ t^2 + 50.4\ \text{t}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\text{t} = \frac{150}{52.92}$$
$$\text{t} = 2.834467\ \text{s}$$

Por consiguiente:

$h = -16.1\ (2.834467)^2 + 50.4\ (2.834467)$

$h = -129.3507 + 142.8571$

$h = 13.5064$ ft

Dado que el balón pasó a más de 10 ft del suelo, la patada sí fue gol de campo.

El balón pateado por el jugador sí fue gol de campo, ya que en la posición del travesaño pasó a una altura de:

$h = 13.5064$ ft del suelo.

Resolución del problema con funciones de Mathematica

Datos :

```
magW = 0.9;
g = 32.2;
Δx = 21;
Δy = 20;
ymin = 10;
x0 = 0;
y0 = 0;
xf = 50 * 3;
magFmax = 210.145;
t1 = 19.44 × 10^-3;
```

Cálculo del impuso aplicado al balón:

```
magImp = 1/2 magFmax t1
```

Cálculo velocidad inicial:

```
hip = Sqrt[Δx^2 + Δy^2]
Imp = magImp {Δx/hip, Δy/hip}
ec1 = Imp == magW/g {vix, viy}
resp1 = Solve[ec1]
vixSol = vix /. resp1[[1]]
viySol = viy /. resp1[[1]]
```

Vector de posición del tiro parabólico:

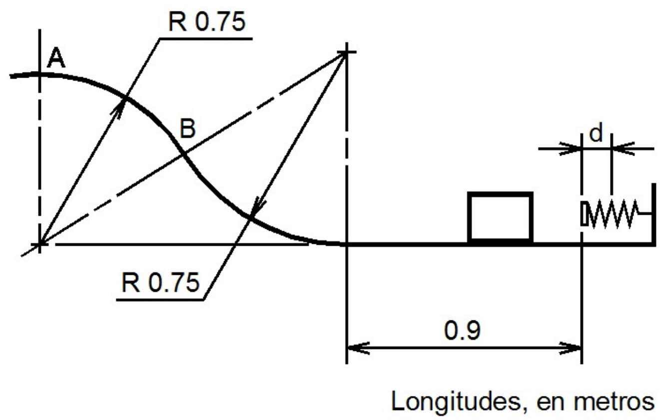
```
r = {vixSol t + x0, -1/2 g t^2 + viySol t + y0}
rf = {xf, h}
ec2 = r == rf
resp2 = Solve[ec2]
tSol == t /. resp2[[1]]
hSol = h /. resp2[[1]]
```

Ejercicio 7.3

El bloque de 30 N de peso que se muestra en la figura, se le suelta desde el reposo en el punto A, y se detiene por primera vez luego de comprimir al resorte una distancia d. Si se considera que tanto los tramos curvos como el tramo recto son lisos, y que el resorte es lineal y tiene una constante $k = 1500\ \frac{N}{m}$, determine:

a) el valor de la deformación d; y

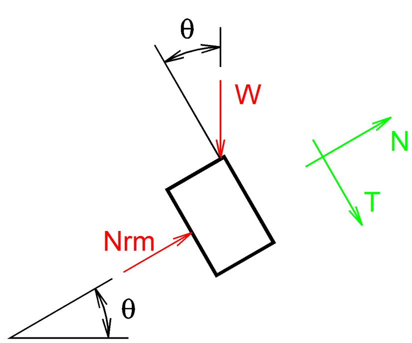
b) la magnitud de la aceleración total en el punto B.



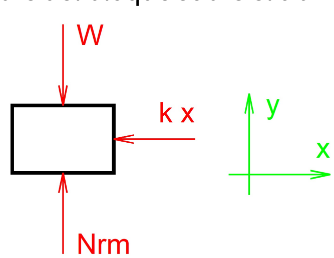
Para la resolución de este problema se aplica primero el método del trabajo y la energía, para calcular el valor de la deformación del resorte; posteriormente, las ecuaciones de movimiento para determinar la magnitud de la aceleración total del bloque en B.

a) el valor de la deformación d

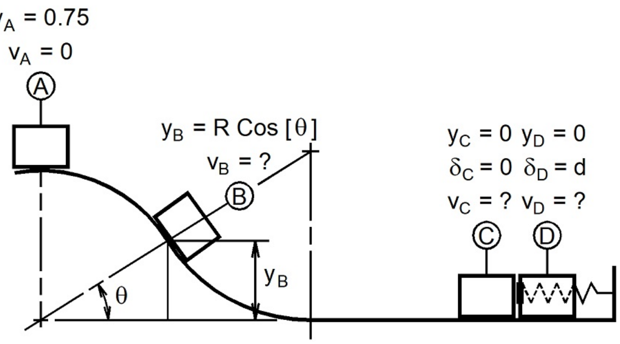
Para iniciar la resolución del problema, se traza el diagrama de cuerpo libre del bloque ubicado en un punto intermedio de tramo curvo:



Asimismo, otro diagrama de cuerpo libre del bloque sobre el tramo recto en contacto con el resorte:



Se puede observar que las fuerzas que generan trabajo son el peso y la fuerza del resorte, ya que la fuerza normal siempre es perpendicular a la trayectoria. Se considera que el punto C es aquél en el que el bloque hace contacto con el resorte y el punto D es en el que se detiene por primera vez. Entonces, con base en el siguiente diagrama de posiciones y parámetros del bloque:



se puede calcular el trabajo que desarrolla cada una de las fuerzas involucradas:

$$U^W_{A-D} = \text{-magW}\,(y_D - y_A)$$
$$U^k_{C-D} = -\frac{1}{2}\,\text{k}\,(\delta_D^2 - \delta_C^2)$$

Luego de sustituir los parámetros:

$$U^W_{A-D} = \text{-}30\,(0 - 0.75)$$
$$U^W_{A-D} = 22.5\ \text{N}\cdot\text{m}$$
$$U^k_{C-D} = -\frac{1}{2}\,(1500)\,(d^2 - 0^2)$$
$$U^k_{C-D} = -750\,d^2$$

Al aplicar la expresión del trabajo y la energía, se obtiene:

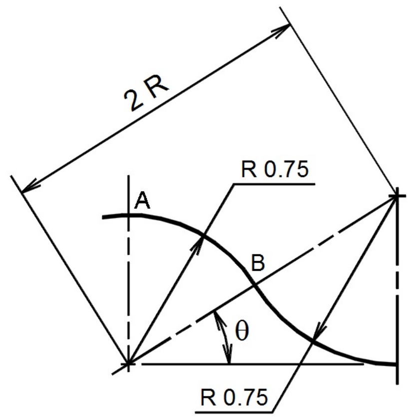
$$U^W_{A-D} + U^k_{C-D} = \frac{1}{2}\,\text{m}\,v_D^2 \text{ - } \frac{1}{2}\,\text{m}\,v_A^2$$
$$22.5 \text{ - } 750\,d^2 = 0$$
$$750\,d^2 = 22.5$$
$$d^2 = \frac{22.5}{750}$$
$$d^2 = 0.03$$
$$\text{d} = \sqrt{0.03}$$
$$\text{d} = 0.1732\ \text{m}$$

El valor de la deformación que sufre el resorte para parar al bloque es:

d = 0.1732 m.

b) la magnitud de la aceleración total en el punto B

Para el cálculo de la aceleración total en el punto B, se requerirá un diagrama geométrico de dicho entorno:



Longitudes, en metros

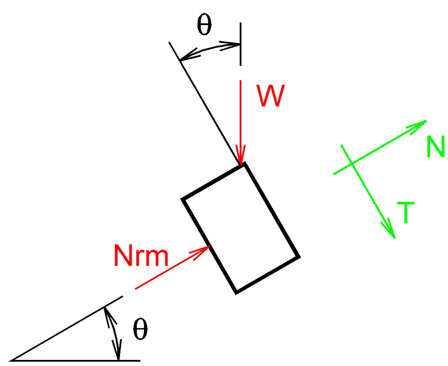
Puede calcularse el ángulo θ con base en el triángulo rectángulo mostrado, en el cual el cateto opuesto es igual a R y la hipotenusa a 2 R. Por consiguiente:

$$\text{Sin}\,[\theta] = \frac{R}{2\,R}$$

$$\text{ArcSin}\,\{\text{Sin}\,[\theta]\} = \text{ArcSin}\left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\theta = 30°$$

En esta posición angular, punto B, el diagrama de cuerpo libre del bloque es el siguiente:



Representación vectorial de las fuerzas que actuan sobre el bloque, la primera componente es la tangencial y la segunda la normal:

$$\overline{\text{Nrm}} = \{0,\ \text{magN}\}$$

$$\overline{W} = \text{magW}\,\{\text{Cos}\,[\theta],\ \text{-Sin}\,[\theta]\}$$

$$\overline{W} = 30\,\{\text{Cos}\,[30°],\ \text{-Sin}\,[30°]\}$$

$$\overline{W} = 30\,\{0.8660,\ -0.5\}$$

$$\overline{W} = \{25.9808,\ -15\}$$

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\overline{\text{Res}} = \text{m}\ \overline{a}$$

$$\overline{\text{Nrm}} + \overline{W} = \text{m}\ \{a_T,\ a_N\}$$

$$\{25.9808,\ \text{magN - 15}\} = \frac{30}{9.81}\ \{a_{T,B},\ a_{N,B}\}$$

Se pueden establecer las siguientes expresiones escalares:

$$25.9808 = \frac{30}{9.81}\ a_{T,B}$$

$$\text{magN - 15} = \frac{30}{9.81}\ a_{N,B}$$

De la primera expresión, se obtiene que:

$$\frac{30}{9.81}\ a_{T,B} = 25.9808$$

$$a_{T,B} = \frac{25.9808\,(9.81)}{30}$$

$$a_{T,B} = 8.4957\ \frac{m}{s^2}$$

Dado que la aceleración normal en el punto B es:

$$a_{N,B} = \frac{v_B^2}{R}$$

Para calcular la rapidez en B, es más sencillo volver a aplicar el método del trabajo y la energía. Como la única fuerza que se requiere tomar en cuenta es el peso:

$$U_{A-B}^{W} = \text{-magW}\ (y_B - y_A)$$

donde:

$$y_B = \text{R Cos}\ [\theta]$$

$$y_B = 0.75\ \text{Cos}\ [30°]$$

entonces:

$$U_{A-B}^{W} = -30\ (0.375 - 0.75)$$

$$U_{A-B}^{W} = 11.25\ \text{N·m}$$

Con base en la expresión del trabajo y la energía:

$$U_{A-B}^{W} = \frac{1}{2}\ \text{m}\ v_B^2 - \frac{1}{2}\ \text{m}\ v_A^2$$

$$11.25 = \frac{1}{2}\ \frac{30}{9.81}\ v_B^2$$

$$\frac{15}{9.81}\ v_B^2 = 11.25$$

$$v_B^2 = \frac{11.25\,(9.81)}{15}$$

$$v_B^2 = 7.3575$$

De donde:

$$a_{N,B} = \frac{7.3575}{0.75}$$

$$a_{N,B} = 9.81\ \frac{m}{s^2}$$

Con base en las magnitudes de las aceleraciones tangencial y normal, la aceleración total en B es:

$$\overline{a_B} = \{8.4957,\ 9.81\}$$

La magnitud de la aceleración total en B es, entonces:

$$|\overline{a_B}| = \sqrt{8.4957^2 + 9.81^2}$$
$$|\overline{a_B}| = \sqrt{72.177 + 96.236}$$
$$|\overline{a_B}| = \sqrt{168.413}$$
$$|\overline{a_B}| = 12.9774\ \frac{m}{s^2}$$

La magnitud de la aceleración total del bloque en el punto B es:

$$|\overline{a_B}| = 12.9774\ \frac{m}{s^2}.$$

Resolución del problema con funciones de Mathematica

Datos:

```
magW = 30;
k = 1500;
R = 0.75;
g = 9.81;
m = magW/g;
```

a) el valor de la deformación d

Posiciones y parámetros:

```
vA = 0;
yA = R;
δC = 0;
yC = 0;
δD = d;
yD = 0;
vD = 0;
```

Trabajo de las fuerzas que actúan sobre el bloque:

```
UWAaD = -magW (yD - yA)
UkCaD = -1/2 k (δD^2 - δC^2)
```

Expresión de trabajo y energía:

```
ec1 = UWAaD + UkCaD == 1/2 m vD^2 - 1/2 m vA^2
resp1 = Solve[ec1]
dSol = d /. resp1[[2]]
```

b) la magnitud de la aceleración total en el punto B

```
θ = ArcSin[R / (2 R)]
θDeg = θ / Degree
```

Aplicación de la segunda ley de Newton:

```
W = magW {Cos[θ], -Sin[θ]}
Nrm = {0, magN}
ec2 = W + Nrm == m {aTB, aNB}
resp2 = Solve[ec2, {aTB, aNB}]
aTBSol = aTB /. resp2[[1]]
```

Aceleración normal en el punto B:

```
aNB = vB^2 / R
```

Posición en el punto B:

```
yB = R Cos[θ];
```

Cálculo de la rapidez en B con base en el método del trabajo y la energía:

```
UWAaB = -magW (yB - yA)
ec3 = UWAaB == 1/2 m vB^2 - 1/2 m vA^2
resp3 = Solve[ec3]
vBSol = vB /. resp3[[2]]
```

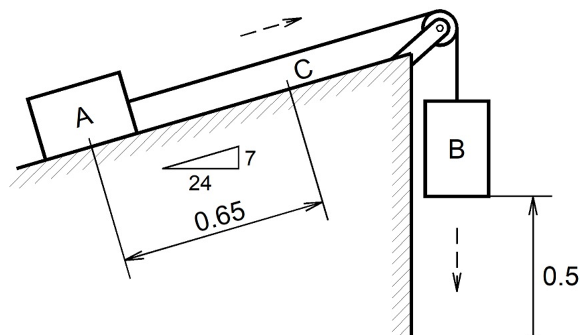
Aceleración normal en B y magnitud de la aceleración (total) en B:

```
aNBSol = aNB /. vB → vBSol
magaB = Sqrt[aTBSol^2 + aNBSol^2]
```

Ejercicio 7.4

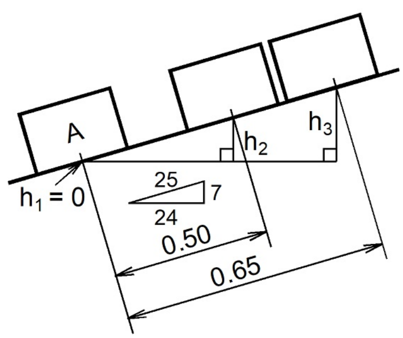
Dos cuerpos A y B, con masas iguales de m = 5 kg, están conectados por medio de una cuerda flexible, inextensible y de masa despreciable, y se sueltan del reposo en la posición mostrada en la figura.
El cuerpo A se mueve hacia la derecha debido a la tensión en la cuerda provocada por B, y luego que éste llega al piso, A se empieza a frenar hasta llegar a C.

a) Calcule la altura que sube el cuerpo A.
b) Determine el trabajo que realiza el peso del cuerpo B.
c) Obtenga el coeficiente de fricción entre el cuerpo A y el plano inclinado.
d) Determine la rapidez con que el cuerpo B choca contra el piso.
e) Calcule la tensión en la cuerda y la aceleración del cuerpo B mientras se está moviendo.



Se puede considerar que la manera más sencilla de resolver los incisos b, c y d es con base en el método del trabajo y la energía. El inciso e puede ser resuelto con mayor claridad con la aplicación de las ecuaciones de movimiento.

a) Altura que sube el cuerpo A



Para el cálculo de las alturas, considerando que el punto incial $h_1 = 0$ es el de referencia, se emplea el teorema de la proporcionalidad de los lados homólogos de triángulos semejantes:

$$\Delta x = 24$$
$$\Delta y = 7$$
$$\text{hip} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$
$$\text{hip} = \sqrt{24^2 + 7^2}$$
$$\text{hip} = \sqrt{576 + 49}$$
$$\text{hip} = \sqrt{625}$$

$\text{hip} = 25$

$\frac{h_2}{0.5} = \frac{\Delta y}{\text{hip}}$

$\frac{h_2}{0.5} = \frac{7}{25}$

$h_2 = \frac{7\,(0.5)}{25}$

$h_2 = 0.14\ \text{m}$

$\frac{h_3}{0.65} = \frac{7}{25}$

$h_3 = \frac{7\,(0.65)}{25}$

$h_3 = 0.182\ \text{m}$

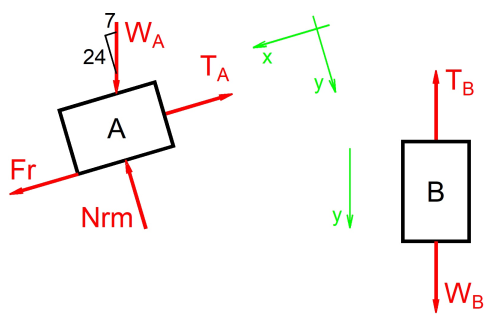
La altura que sube el cuerpo A es:

$h_3 = 0.182\ \text{m}.$

b) Trabajo que realiza el peso del cuerpo B

En el caso de cuerpos conectados, es muy útil el empleo de la propiedad de que el trabajo que desarrolla la fuerza común a ambos cuerpos, la fuerza de tensión en la cuerda, son iguales pero con signo contrario, por lo cual se simplifica mucho la resolución al establecer la igualdad de los trabajos de todas las fuerzas “externas” que actúan en ambos cuerpos con la suma del cambio de la energía cinética de ambos.

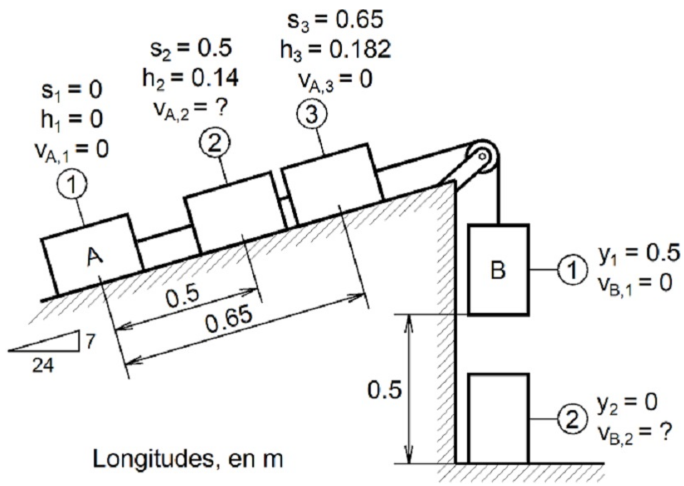
Con objeto de reconocer dichas fuerzas “externas” que generan trabajo en ambos cuerpos, se muestran los diagramas de cuerpo libre de ellos, mientras el cuerpo B está en movimiento:



La dirección (sentido) de Los ejes principales de referencia de cada uno de los cuerpos se establece de manera que sean del centro de la polea fija hacia cada uno de dichos cuerpos, con objeto de que los signos de los parámetros cinemáticos sean consistentes con los de la relación cinemática, que posteriormente se va a obtener.

En dichos diagramas de cuerpo libre, se puede reconocer que las fuerzas “externas” que desarrollan trabajo son, en el cuerpo A, su peso y la fuerza de fricción, debido a que la fuerza normal es siempre perpendicular a la trayectoria, y la fuerza de tensión es una fuerza “interna” del sistema de cuerpos conectados. En el cuerpo B, sólo es su peso.

A continuación, se dibuja un diagrama en el que puedan reconocerse con facilidad las posiciones y parámetros para el cálculo del trabajo desarrollado por las fuerzas de interés.



$U_{1-2}^{W_B}$ = –magW$_B$ $(y_2 - y_1)$

Luego de sustituir los valores conocidos:

$U_{1-2}^{W_B}$ = -5 (9.81) (0 - 0.5)

$U_{1-2}^{W_B}$ = 24.525 N·m

El trabajo que realiza el peso del cuerpo B desde que se suelta del reposo hasta que choca con el piso es:

$U_{1-2}^{W_B}$ = 24.525 N·m.

c) Coeficiente de fricción entre el cuerpo A y el plano inclinado

Para obtener este coeficiente de fricción, conviene analizar todo el sistema de cuerpos conectados, por lo que se procede a calcular el trabajo de las fuerzas “externas” aplicadas al cuerpo A, de 1 a 2:

$U_{1-2}^{W_A}$ = –magW$_A$ $(h_2 - h_1)$

U_{1-2}^{Fr} = -magFr $(s_2 - s_1)$

Después de sustituir los valores conocidos, se obtiene:

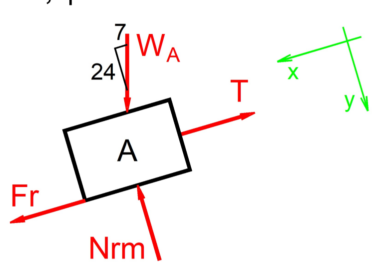
$U_{1-2}^{W_A}$ = -5 (9.81) (0.14 - 0)

$U_{1-2}^{W_A}$ = -6.867 N·m

Para determinar el trabajo realizado por la fuerza de fricción aplicada al cuerpo A, es necesario calcular la magnitud de dicha fuerza, que está en función de la magnitud de la normal correspondiente.

Para ello, se requiere plantear la segunda ley de Newton para este cuerpo.

Con base en el diagrama de cuerpo de A, que nuevamente se muestra en seguida:



Se obtiene primero la representación vectorial de las fuerzas aplicadas:

$\overline{\text{Fr}} = \{\text{magFr}, 0\}$

$\overline{T} = \{\text{-magT}, 0\}$

$\overline{\text{Nrm}} = \{0, \text{-magN}\}$

$\overline{W_A} = \text{magW}_A \left\{\frac{7}{25}, \frac{24}{25}\right\}$

$\overline{W_A} = 5\,(9.81) \left\{\frac{7}{25}, \frac{24}{25}\right\}$

$\overline{W_A} = \{13.734, 47.088\}$ N

Entonces:

$\overline{\text{Fr}} + \overline{T} + \overline{\text{Nrm}} + \overline{W_A} = m_A\,\overline{a_A}$

$\{\text{magFr - magT} + 13.734, 47.088 - \text{magN}\} = 5\,(a_{A,x}, 0)$

Se resuelve la componente en y:

$47.088 - \text{magN} = 0$

de donde:

$\text{magN} = 47.088$

y por consiguiente:

$\text{magFr} = \mu_k\,\text{magN}$

$\text{magFr} = 47.088\,\mu_k$

Con base en este resultado, el trabajo desarrollado por la fuerza de fricción queda como:

$U_{1-2}^{\text{Fr}} = \text{-magFr}\,(s_2 - s_1)$

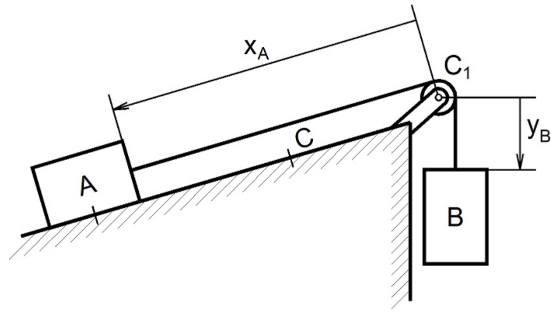
$U_{1-2}^{\text{Fr}} = -47.088\,\mu_k\,(0.5 - 0)$

$U_{1-2}^{\text{Fr}} = -23.544\,\mu_k$

Se aplica el método del trabajo y la energía al sistema de cuerpos conectados, de 1 a 2:

$U_{1-2}^{W_A} + U_{1-2}^{\text{Fr}} + U_{1-2}^{W_B} = \frac{1}{2}\,m_A\,v_{A,2}^2 - \frac{1}{2}\,m_A\,v_{A,1}^2 + \frac{1}{2}\,m_B\,v_{B,2}^2 - \frac{1}{2}\,m_B\,v_{B,1}^2$

Antes de proceder a la resolución de la ecuación anterior, es necesario calcular la relación cinemática entre los cuerpos A y B, para lo cual se traza el siguiente diagrama:



La longitud de la cuerda L, constante, es:

$L = x_A + C_1 + y_B$

Se obtiene la derivada de la expresión anterior con respecto al tiempo:

$0 = v_{A,x} + 0 + v_B$

por tanto:

$v_{A,x} = -v_B$

y si se vuelve a derivar con respecto al tiempo resulta:

$a_{A,x} = -a_B$

Entonces, la ecuación del trabajo y la energía se puede escribir como:

$$U_{1-2}^{W_A} + U_{1-2}^{\text{Fr}} + U_{1-2}^{W_B} = \frac{1}{2}\, m_A\, v_{A,2}^2 - \frac{1}{2}\, m_A\, v_{A,1}^2 + \frac{1}{2}\, m_B\, (-v_{A,2})^2 - \frac{1}{2}\, m_B\, (-v_{A,1})^2$$

Luego de sustituir valores conocidos:

$$-6.867 - 23.544\, \mu_k + 24.525 = \frac{1}{2}\, (5)\, v_{A,2}^2 - 0 + \frac{1}{2}\, (5)\, v_{A,2}^2$$

$$17.658 - 23.544\, \mu_k = 5\, v_{A,2}^2$$

$$5\, v_{A,2}^2 = 17.658 - 23.544\, \mu_k$$

$$v_{A,2}^2 = \frac{17.658}{5} - \frac{23.544}{5}\, \mu_k$$

$$v_{A,2}^2 = 3.5316 - 4.7088\, \mu_k$$

Luego de que el cuerpo B choca con el suelo, el cuerpo A sigue moviéndose hasta detenerse en el punto C. Durante este movimiento, deja de actuar la tensión de la cuerda, por lo que la expresión del trabajo y la energía del cuerpo A de 2 a 3 queda como sigue:

$$U_{2-3}^{W_A} + U_{2-3}^{\text{Fr}} = \frac{1}{2}\, m_A\, v_{A,3}^2 - \frac{1}{2}\, m_A\, v_{A,2}^2$$

Donde:

$$U_{2-3}^{W_A} = -\text{magW}_A\, (h_3 - h_2)$$

$$U_{2-3}^{W_A} = -5\, (9.81)\, (0.182 - 0.14)$$

$$U_{2-3}^{W_A} = -49.05\, (0.042)$$

$$U_{2-3}^{W_A} = -2.0601\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$U_{2-3}^{\text{Fr}} = -\text{magFr}\, (s_3 - s_2)$$

$$U_{2-3}^{\text{Fr}} = -47.088\, \mu_k\, (0.65 - 0.5)$$

$$U_{2-3}^{\text{Fr}} = -47.088\, \mu_k\, (0.15)$$

$$U_{2-3}^{\text{Fr}} = -7.0632\, \mu_k$$

Por consiguiente:

$$-2.0601 - 7.0632\, \mu_k = 0 - \frac{1}{2}\, (5)\, (3.5316 - 4.7088\, \mu_k)$$

$$2.0601 + 7.0632\, \mu_k = 2.5\, (3.5316 - 4.7088\, \mu_k)$$

$$2.0601 + 7.0632\, \mu_k = 8.829 - 11.772\, \mu_k$$

$$7.0632\, \mu_k + 11.772\, \mu_k = 8.829 - 2.0601$$

$$18.8352\, \mu_k = 6.7689$$

$$\mu_k = \frac{6.7689}{18.8352}$$

$$\mu_k = 0.35938$$

El coeficiente de fricción entre el cuerpo A y el plano inclinado es:

$$\mu_k = 0.35938.$$

d) Rapidez con que el cuerpo B choca contra el piso

Para calcular la rapidez con que el cuerpo B choca contra el piso, solo se requiere sustituir el valor del coeficiente de fricción en la expresión de la rapidez del cuerpo A en el punto 2:

$$v_{A,2}^2 = 3.5316 - 4.7088\, \mu_k$$

Dado que:

$$v_{A,2} = -v_{B,2}$$

$$v_{B,2}^2 = 3.5316 - 4.7088\, \mu_k$$

$v_{B,2}^2 = 3.5316 - 4.7088\ (0.44231)$

$v_{B,2}^2 = 3.5316 - 2.0827$

$v_{B,2}^2 = 1.44886$

$v_{B,2} = \sqrt{1.44886}$

$v_{B,2} = 1.2037\ \frac{m}{s}$

El cuerpo B choca contra el piso con una rapidez de:

$v_{B,2} = 1.2037\ \frac{m}{s}$.

e) Tensión en la cuerda y aceleración del cuerpo B mientras se está moviendo

Con base en los resultados obtenidos, una forma de obtener estos valores es aplicando la segunda ley de Newton a ambos cuerpos y resolver el sistema de ecuaciones de las expresiones.

Para el cuerpo A, la expresión, obtenida en el inciso c, fue la siguiente:

{magFr - magT + 13.734, 47.088 - magN} = 5 $(a_{A,x}, 0)$

Para el cual ya se conocen la magN e, indirectamente, la magFr:

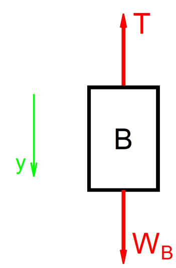
magN = 47.088 N

magFr = 47.088 μ_k

magFr = 47.088 (0.35938)

magFr = 16.9225 N

Luego, con base en el diagrama de cuerpo libre de B se aplica la segunda ley de Newton:



magW$_B$ - magT = $m_B\ a_B$

Luego de sustituir los valores conocidos:

5 (9.81) - magT = 5 a_B

49.05 - magT = 5 a_B

Se conoce también la relación cinemática entre aceleraciones de los cuerpos:

$a_{A,x} = -a_B$

Se sustituye en la expresión anterior:

49.05 - magT = -5 $a_{A,x}$

Por consiguiente, se puede establecer el siguiente sistema de ecuaciones escalares y sumarlos miembro a miembro:

16.9225 - magT + 13.734 = 5 $a_{A,x}$

49.05 - magT = -5 $a_{A,x}$ +

____

16.9225 + 49.05 - 2 magT + 13.734 = 0

$$2\ magT = 79.7065$$
$$magT = \frac{79.7065}{2}$$
$$magT = 39.8532\ N$$

Y finalmente, se sustituye este resultado en la expresión del cuerpo B:

$$49.05 - 39.8532 = 5\ a_B$$
$$5\ a_B = 9.1968$$
$$a_B = \frac{9.1968}{5}$$
$$a_B = 1.8394\ \frac{m}{s^2}$$

La tensión en la cuerda y la aceleración del cuerpo B mientras se está moviendo:

$$magT = 39.8532\ N$$
$$a_B = 1.8394\ \frac{m}{s^2}.$$

Resolución del problema con funciones de Mathematica

Datos:

```
mA = 5;
mB = 5;
g = 9.81;
xAf = 0.65;
yBf = 0.5;
Δx = 24;
Δy = 7;
```

a) Altura que sube el cuerpo A

```
hip = √(Δx² + Δy²)
ec1 = h2/yBf == Δy/hip
resp1 = Solve[ec1]
h2Sol = h2 /. resp1[[1]]
ec2 = h3/xAf == Δy/hip
resp2 = Solve[ec2]
h3Sol = h3 /. resp2[[1]]
```

b) Trabajo que realiza el peso del cuerpo B

Posiciones y parámetros:

```
s1 = 0;
h1 = 0;
vA1 = 0;
s2 = yBf
s3 = xAf
vA3 = 0;
y1 = yBf
vB1 = 0;
y2 = 0;
```

```
UWB1a2 = -mB g (y2 - y1)
```

c) Coeficiente de fricción entre el cuerpo A y el plano inclinado

Representación vectorial de las fuerzas aplicadas a A:

```
Fr = {magFr, 0}
T = {-magT, 0}
Nrm = {0, -magN}
WA = mA g {Δy/hip, Δx/hip}
```

Aplicación segunda ley de Newton al cuerpo A:

```
ec3 = Fr + T + Nrm + WA == mA {aAx, 0}
resp3 = Solve[ec3, {aAx, magN}]
magNSol = magN /. resp3[[1]]
```

Cálculo de la magnitud de la fuerza de fricción:

```
magFrSol = μk magNSol
```

Relación cinemática:

```
ec4 = L == xA + C1 + yB
ec5 = 0 == vAx + 0 + vB
resp5 = Solve[ec5, vB]
vBSol = vB /. resp5[[1]]
```

Ecuación de trabajo y energía del sistema de cuerpos conectados de 1 a 2:

```
UWA1a2 = -mA g (h2Sol - h1)
UFr1a2 = -magFrSol (s2 - s1)
ec6 = UWA1a2 + UFr1a2 + UWB1a2 == 1/2 mA vA2^2 - 1/2 mA vA1^2 + 1/2 mB vB2^2 - 1/2 mB vB1^2
vB2 = vBSol /. vAx → vA2
resp6 = Solve[ec6, vA2]
vA2Sol = vA2 /. resp6[[1]]
```

Ecuación de trabajo y energía del cuerpo A de 2 a 3:

```
UWA2a3 = -mA g (h3Sol - h2Sol)
UFr2a3 = -magFrSol (s3 - s2)
ec7 = UWA2a3 + UFr2a3 == 1/2 mA vA3^2 - 1/2 mA vA2Sol^2
resp7 = Solve[ec7]
μkSol = μk /. resp7[[1]]
```

d) Rapidez con que el cuerpo B choca contra el piso

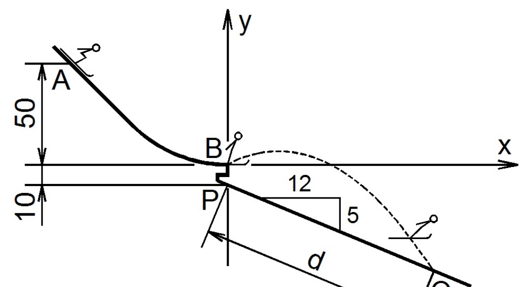
```
vB2Sol = vB2 /. vA2 → (vA2Sol /. μk → μkSol)
```

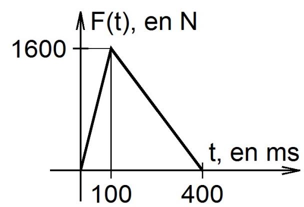
e) Tensión en la cuerda y aceleración del cuerpo B mientras se está moviendo

```
aAx = -aB
ec8 = ec3 /. {magN → magNSol, magFr → (magFrSol /. μk → μkSol)}
ec9 = mB g - magT == mB aB
resp9 = Solve[{ec8, ec9}]
magTSol = magT /. resp9[[1]]
aBSol = aB /. resp9[[1]]
```

Ejercicio 7.5

En los Juegos Olímpicos de invierno Beijing 2022, un competidor de la prueba de salto de esquí trampolín largo individual masculino con una masa de 80 kg, inició su descenso desde el punto A del reposo y se impulsó justo en el punto B, tal como se muestra en la primera figura, con una fuerza resultante vertical (incluido su propio peso) cuya gráfica con respecto al tiempo se proporciona en la segunda figura.
Si se desprecia la fuerza de fricción, tanto del trampolín con los esquís como del aire, determine el vector de la velocidad que adquirió el competidor al iniciar su vuelo en B y, con base en esta velocidad, obtenga la distancia d a la que aterrizó el esquiador en el punto Q.





Para resolver este problema, primero se puede calcular la rapidez horizontal que adquiere el esquiador desde A hasta B, con el empleo del método del trabajo y la energía.
Dado que cuando baja por el trampolín la única fuerza que actúa sobre dicho esquiador es su propio peso:

U_{A-B}^{W} = -magW (y_B - y_A)

Si se considera que la altura de B es cero:

$y_B = 0$

Entonces:

$y_A = 50$ m

Por tanto:

$U_{A-B}^{W} = -80\ (9.81)\ (0 - 50)$

$U_{A-B}^{W} = -784.8\ (-50)$

$U_{A-B}^{W} = 39\,240$ N·m

Por consiguiente:

$U_{A-B}^{W} = \frac{1}{2}\ \text{m}\ v_B^2 - \frac{1}{2}\ \text{m}\ v_A^2$

Dado que el esquiador parte del reposo en A:

$v_A = 0$

Luego de sustituir los valores, la expresión del trabajo y la energía queda:

$$39\,240 = \frac{1}{2}\,(80)\,v_B^2 - \frac{1}{2}\,(80)\,(0)$$

$$40\,v_B^2 = 39\,240$$

$$v_B^2 = \frac{39\,240}{40}$$

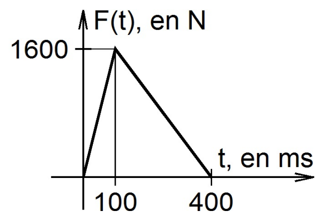
$$v_B^2 = 981$$

$$v_B = \sqrt{981}$$

$$v_B = 31.32\;\frac{m}{s}$$

Como en el punto B el trampolín es horizontal, la rapidez obtenida es la componente horizontal de la velocidad que adquiere el esquiador en este punto.

Por otra parte, dado que justo en el punto B el esquiador ejerce un impulso vertical, cuya fuerza es la que se muestra en la gráfica que se ilustra nuevamente en seguida:



Con base en la expresión de impulso y cantidad de movimiento lineal se puede calcular la rapidez vertical que produce esta fuerza:

$$\int_0^{0.4} \mathrm{F}\,(\mathrm{t})\,d\mathrm{t} = \mathrm{m}\;v_{\mathrm{By+}} - m\,v_{\mathrm{By}}$$

Dado que la integral es equivalente al área bajo la curva de la gráfica de la fuerza F(t) con respecto al tiempo, dicho valor es el área de un triángulo cuya base es de 400 ms, 0.4 s, y su altura es de 1600 N:

$$\int_0^{0.4} \mathrm{F}\,(\mathrm{t})\,d\mathrm{t} = \frac{1}{2}\,(0.4)\,(1600)$$

$$\int_0^{0.4} \mathrm{F}\,(\mathrm{t})\,d\mathrm{t} = 320\ \mathrm{N{\cdot}s}$$

Entonces:

$$320 = 80\;v_{\mathrm{By+}} - 80\,(0)$$

$$80\;v_{\mathrm{By+}} = 320$$

$$v_{\mathrm{By+}} = \frac{320}{80}$$

$$v_{\mathrm{By+}} = 4\;\frac{m}{s}$$

La rapidez vertical que adquiere el esquiador en el punto B después del impulso de 4 $\frac{m}{s}$.

Por tanto, el vector velocidad que tiene el esquiador en el punto B después del impulso es:

$$\overline{v_{B+}} = \{31.32,\,4\}\;\frac{m}{s}$$

El vector velocidad que adquirió el competidor al iniciar su vuelo en B es:

$$\overline{v_{B+}} = \{31.32,\,4\}\;\frac{m}{s}$$

Ahora, para determinar la distancia que alcanza el esquiador al aterrizar en el punto Q, se obtiene la ecuación de la trayectoria del tiro parabólico que adquiere, con base en la velocidad determinada.

Conviene recordar que las expresiones de aceleración, velocidad y posición de un tiro parabólico son los siguientes:

$\overline{a} = \{0, \text{-g}\}$

$\overline{v} = \{v_{\text{Bx}}, -g\,t + v_{\text{By}}\}$

$\overline{r} = \{v_{\text{Bx}}\ \text{t} + x_B, -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_{\text{By}}\ \text{t} + y_B\}$

Por consiguiente:

$\overline{r} = \{31.32\ \text{t} + 0, -\frac{1}{2}\ (9.81)\ t^2 + 4\ \text{t} + 0\}$

Se pueden establecer las siguientes ecuaciones escalares:

$\text{x} = 31.32\ \text{t}$

$\text{y} = -4.905\ t^2 + 4\ \text{t}$

Luego de despejar t de la primera expresión y sustituirla en la segunda, se obtiene:

$\text{t} = \frac{x}{31.32}$

$\text{y} = -4.905\left(\frac{x}{31.32}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{31.32}\right)$

$\text{y} = -4.905\left(\frac{x^2}{981}\right) + 0.1277\ \text{x}$

$\text{y} = -0.005\ x^2 + 0.1277\ \text{x}$

Dado que la rampa de aterrizaje tiene una pendiente $\text{s} = -\frac{5}{12}$ y su ordenada la origen es b = -10 m, la ecuación que tiene es:

$\text{y} = \text{s x} + \text{b}$

$\text{y} = -\frac{5}{12}\ \text{x} - 10$

Entonces, es posible obtener el punto de aterrizaje del esquiador, Q, determinando la intersección de su trayectoria con la recta que representa la rampa, es decir, se resuelve el sistema de ecuaciones correspondiente:

$-0.005\ x^2 + 0.1277\ \text{x} = -\frac{5}{12}\ \text{x} - 10$

$-0.005\ x^2 + 0.1277\ \text{x} + \frac{5}{12}\ \text{x} + 10 = 0$

$0.005\ x^2 - 0.1277 - 0.4167\ \text{x} - 10 = 0$

$0.005\ x^2 - 0.5444\ \text{x} - 10 = 0$

Luego de dividir toda la expresión por 0.005:

$x^2 - 108.9\ \text{x} - 2000 = 0$

De donde:

$x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$

$x_{1,2} = \frac{108.9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{108.9}{2}\right)^2 + 2000}$

$x_{1,2} = 54.44 \pm \sqrt{(54.44)^2 + 2000}$

$x_{1,2} = 54.44 \pm \sqrt{2963 + 2000}$

$x_{1,2} = 54.44 \pm \sqrt{4963}$

$x_{1,2} = 54.44 \pm 70.45$

$x_1 = 54.44 + 70.45$

$x_1 = 124.9\ \text{m}$

El otro valor es:

x_2 = 54.44 - 70.45

x_2 = - 16.01 m

Esta solución se descarta por no tener significado físico, por lo que la abscisa a la que aterriza el esquiador es:

x_Q = 124.9 m

Se calcula la ordenada del aterrizaje, con la sustitución de x_1 en la ecuación de la rampa:

$y = -\frac{5}{12}$ x - 10

$y_Q = -\frac{5}{12}$ (124.9) - 10

y_Q = -52.04 - 10

y_Q = -62.04 m

Finalmente, con base en las coordenadas de aterrizaje del esquiador, se puede calcular la distancia d solicitada, que corresponde a la distancia del punto donde inicia la rampa, P(0, -20) al punto de aterrizaje Q(124.9, -62.04):

$d = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$

$d = \sqrt{(124.9 - 0)^2 + [-62.04 - (-10)]^2}$

$d = \sqrt{(124.9)^2 + (-52.04)^2}$

$d = \sqrt{15\,600 + 2708}$

$d = \sqrt{18\,308}$

d = 135.3 m

La distancia d a la que aterrizó el esquiador es:

d = 135.3 m.

Nota: la distancia obtenida es mayor que la real debido a que se consideró despreciable la resistencia del aire.

Resolución del problema con funciones de Mathematica

Datos:

```
m = 80;
g = 9.81;
yA = 50;
yB = 0;
s = -5/12;
xB = 0;
yB = 0;
xP = 0;
yP = -10;
```

```
Fmax = 1600;
tf = 0.4;
vA = 0;
vBy = 0;
```

Cálculo de la rapidez horizontal que adquiere el esquiador en el punto B:

```
UWAaB = -m g (yB - yA)
ecTyE = UWAaB == 1/2 m vB^2 - 1/2 m vA^2
resp1 = Solve[ecTyE]
vBsol = vB /. resp1[[2]]
```

Cálculo de la rapidez vertical que adquiere el esquiador:

```
Imp = 1/2 tf Fmax
ecImpCM = Imp == m vBym - m vBy
resp2 = Solve[ecImpCM]
vBymSol = vBym /. resp2[[1]]
```

Expresiones de aceleración, velocidad y posición del tiro parabólico:

```
vBvec = {vBsol, vBymSol}
aVec = {0, -g}
vVec = vBvec + {0, -g t}
rVec = {xB, yB} + vBvec t + {0, -1/2 g t^2}
```

Obtención de las coordenadas del punto de aterrizaje Q:

```
ec3 = x == rVec[[1]]
ec4 = y == rVec[[2]]
ec5 = y == s x + yP
resp5 = Solve[{ec3, ec4, ec5}]
```

Cálculo de la distancia d al punto de aterrizaje del esquiador:

```
xQsol = x /. resp5[[2]]
resp6 = Solve[ec5 /. x -> xQsol]
yQsol = y /. resp6[[1]]
d = Sqrt[(xQsol - xP)^2 + (yQsol - yP)^2]
```

UNAM, Facultad de Ingeniería
División de Ciencias Básicas, Mecánica
Agosto de 2022

Yukihiro Minami Koyama
Gloria Ramírez Romero