UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS APLICADAS
MECÁNICA
SEGUNDO EXAMEN FINAL

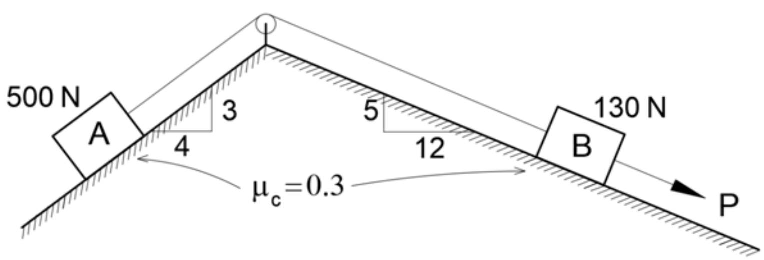
SEMESTRE 2018-1
DURACIÓN MÁXIMA DOS HORAS **13 DE DICIEMBRE DE 2017**

NOMBRE____
Apellido paterno **Apellido materno** **Nombre (s)**

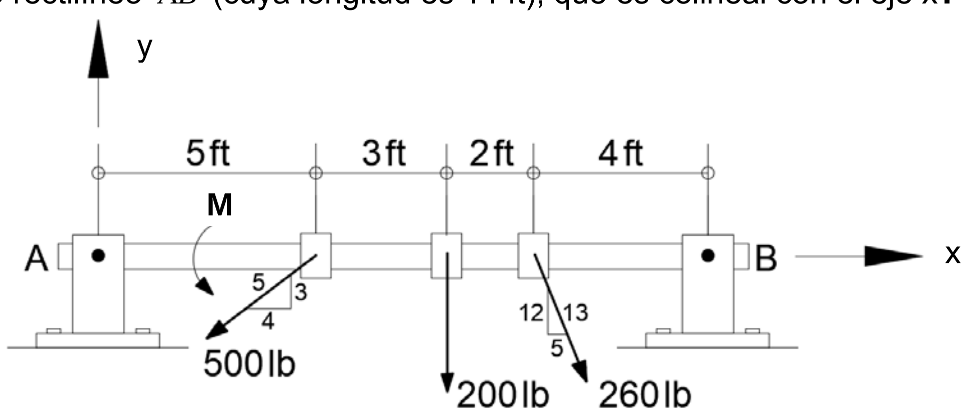
____
NÚMERO DE CUENTA Y FIRMA

Instrucciones: Lee detenidamente los cuatro enunciados, este examen es la demostración de tu aprendizaje, trata de entender y resolver primero los que tienes seguridad en tu conocimiento. <u>Se califica claridad y limpieza al escribir, no se califica el resultado únicamente.</u>

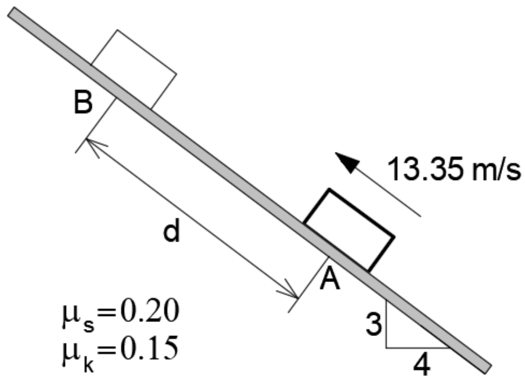
1. Determine el valor necesario de la fuerza P, paralela al plano inclinado mostrado, para que el bloque B de peso 130 N, de la figura, esté a punto de deslizar hacia abajo del plano mencionado, teniendo en cuenta que está conectado (por medio de una cuerda lisa) al bloque A que se muestra, cuyo peso es de 500 N. Considere que el coeficiente de fricción estática entre los bloques y los planos mostrados es de 0.3.



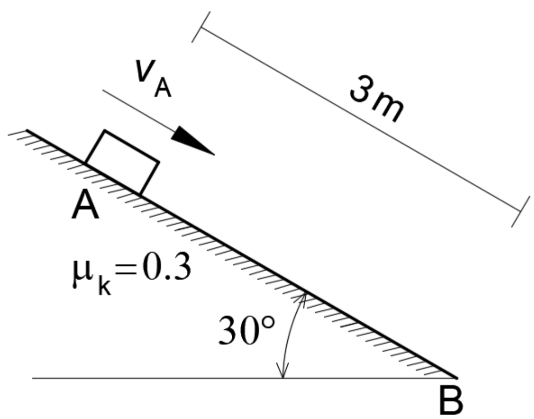
2. Sobre la viga de la figura actúan las tres fuerzas que se ilustran, así como el momento de sentido antihorario y módulo **M**, que se muestra. Obtenga el intervalo de valores de **M**, que garantice el que la resultante (del sistema conformado, por las tres fuerzas y el momento descrito) tenga una línea de acción que corte al eje x en puntos del segmento rectilíneo $\overline{AB}$ (cuya longitud es 14 ft), que es colineal con el eje x.



3. El pequeño bloque de 26 N mostrado en la figura se lanza, desde el punto A, con una velocidad de 13.35 m/s hacia arriba de una tabla inclinada, fija y rugosa, tal que los coeficientes de fricción estática y cinética entre las superficies en contacto valen 0.20 y 0.15, respectivamente. Determine el tiempo que tarda ascendiendo, así como el tiempo que tarda en regresar a la posición de donde se lanzó, A, en caso de que el bloque logre descender.



4. La caja de 12 kg de la figura entra a la rampa situada en A de manera tal que su velocidad es v_A = 2.5 m/s, dirigida hacia abajo, como se muestra. Si el coeficiente de fricción cinética entre las superficies de contacto es μ_k=0.3, determine la rapidez con que la caja se deslizará fuera de la rampa, es decir justo cuando llegue al punto B. Suponga que no ocurre ninguna volcadura.



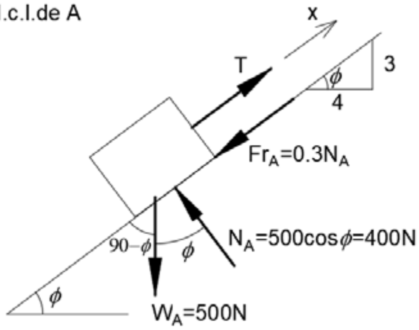
Reactivo 1

d.c.l de A

$\operatorname{sen}\phi = \frac{3}{5} = 0.6$

$\cos\phi = 0.8$

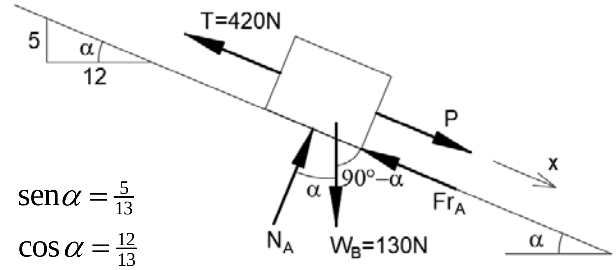
d.c.l.de A



De $F_x = 0$: $T - Fr_A - 500\operatorname{sen}\phi = 0,$

$\Rightarrow T = (0.3)(400) + (500)(0.6) = 420\text{N}.$

d.c.l.de B, teniendo en cuenta el valor obtenido de T



$\operatorname{sen}\alpha = \frac{5}{13}$

$\cos\alpha = \frac{12}{13}$

De $F_y = 0$: $N_A - 130\cos\alpha = 0,$

$\Rightarrow N_A = 130\left(\frac{12}{13}\right) = 120 \text{ N},$ y, $Fr_A = 0.3N_A = 36\text{N}.$

De $F_x = 0$: $P - 420 - Fr_A + 130\operatorname{sen}\alpha = 0,$

$\Rightarrow P = 420 + 36 + 130\left(\frac{5}{13}\right) = 456 + 50 = 506 \text{ N}.$

Reactivo 2

$\overline{F}_1 = 500\left[-\frac{4}{5}i - \frac{3}{5}j\right] = -400i - 300j,\ \overline{F}_2 = -200j,\ \overline{F}_3 = 260\left[\frac{5}{13}i - \frac{12}{13}j\right] = 100i - 240j,$

$\overline{R} = -300i - 740j,$ lb; en tales condiciones el momento del sistema, respecto a A, vale:

$\overline{M}_A^{Sist} = (5i)\times(-400i - 300j) + (8i)\times(-200j) + (10i)\times(100i - 240j) + \text{M}k$, es decir:

$\overline{M}_A^{Sist} = (-1{,}500 - 1{,}600 - 2{,}400 + \text{M})k = (-5{,}500 + \text{M})k$;

De ubicar a la resultante $\overline{R}$ con su línea de acción pasando por $A(0,0)$, el sistema equivalente tendría un momento $\overline{M}^{Se} = (\overline{0})\times(\overline{R}) = \overline{0}$, para que esto sea igual a $\overline{M}_A^{Sist}$ deberá cumplirse $0k = (-5{,}500 + \text{M})k$, o sea para $\text{M} = 5{,}500$---a .

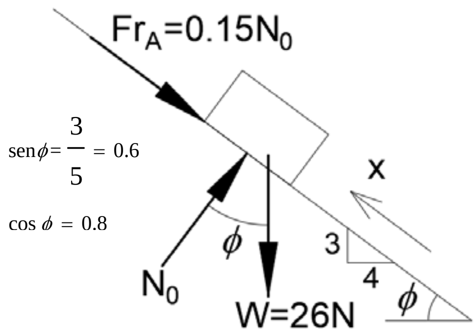
De no aplicarse ningún momento se tendría $\overline{r}\times\overline{R} = -5{,}500k$, con la línea de acción de $\overline{R}$ pasando por $Q(x_Q, 0)$, es decir: $\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_Q & 0 & 0 \\ -300 & -740 & 0 \end{vmatrix} = -5{,}500k$, lo que da lugar a:

$(-740x_Q)k = -5{,}500k,$ resultando $x_Q = 7.43$, y, $Q(7.43,0)$, o sea que en este caso la línea de acción de la resultante cortaría a $\overline{AB}$ en el punto Q, situado 7.43m a la derecha de A.

Entonces, teniendo en cuenta el valor dado por a, puede decirse que el intervalo que se pidió obtener es $\boxed{0 < \text{M} \leq 5500}$.

Reactivo 3

d.c.l.durante el ascenso



Para $F_y = 0$: $N_0 = 26\cos\phi = 20.8\text{N}$,

$Fr = 0.3N_0 = 3.12\text{N}$,

De $F_x = m\ddot{x}$ $-26\text{sen}\phi - Fr = \frac{26}{g}a$, $-15.6 - 3.12 = \left[\frac{26}{g}\right]\left[\frac{dv}{dt}\right]$,

$\frac{dv}{dt} = \left[\frac{-18.72}{26}\right]g = -0.72g,\ v = -0.72\,ft + C_1;\ 13.35 = 0 + C_1$,

$\Rightarrow V = 13.35 - 0.72gt$ ---①, $x = 13.35t - 0.36gt^2 + C_2$;

$0 = 0 - 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0,\ x = (13.35 - 0.36gt)(t)$---②;

en ①, para $v = 0$: $t = \frac{13.35}{0.72g} = \frac{13.35}{0.72(9.81)} \Rightarrow \boxed{t = 1.89\text{s}}$,

que es el tiempo que el bloque tarda subiendo, valor que llevado a ② implica:
$x = x_B = (13.35 - 6.675)(1.89) = 12.616\text{m} = d$.

Para el descenso, al aplicar $F_x = m\ddot{x}$ tenemos: $-15.6 + 3.12 = \left[\frac{26}{g}\right]\left[\frac{dv}{dt}\right],\ \frac{dv}{dt} = \left[\frac{-12.48}{26}\right]g,$

$\frac{dv}{dt} = -0.48g,\ v = -0.48gt + C_3;\ v = v_A = 0 = -0.48g(1.89) + C_3,\ C_3 = (0.48g)(1.89),$

teniéndose $v = 0.48g(1.89 - t)$...③, y, $x = 0.48g\left(1.89t - \frac{t^2}{2}\right) + C_4,$

$x = x_B = 12.616 = 0.48g\left[(1.89)(1.89) - \frac{1}{2}(1.89)^2\right] + C_2 = 8.410 + C_4,\ C_4 = 4.206,$ y,

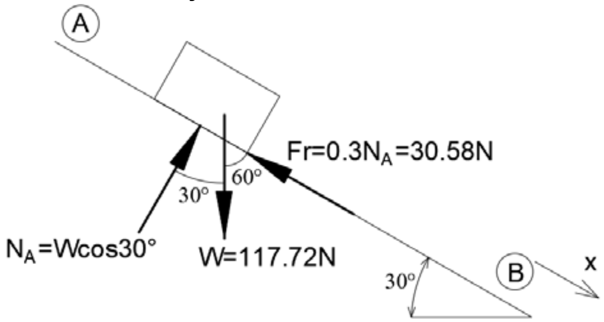
$x = 0.48g\left(1.89t - \frac{t^2}{2}\right) + 4.206;$ entonces, al regresar a la posición donde el bloque se lanzó: $0 = 0.48g\left(1.89t - \frac{t^2}{2}\right) + 4.206,\ 0.5t^2 - 1.89t = \frac{4.206}{0.48g} = 0.8932$,

$$t^2 - 3.78t - 1.7864 = 0,\ t = \frac{3.78 \pm \sqrt{14.2884 + 7.1458}}{2} = \frac{3.78 \pm 4.63}{2}\begin{cases} t = 4.205\text{s} \text{ , y ,} \\ t = -0.425 \text{ (valor que se desecha por} \\ \text{ser menor que cero)} \end{cases}$$

Entonces, el tiempo que el bloque tarda descendiendo para llegar a A es: $4.205 - 1.89 = \boxed{2.315\text{s}}$.

Reactivo 4

d.c.l. de la caja durante su movimiento de A a B.



Aplicando la segunda forma de la ecuación de trabajo y energía:

$$(-30.58)(3)=\tfrac{1}{2}(12)v_B^2-\tfrac{1}{2}(12)(2.5)^2+(117.72)(0)-(117.72)(3\text{sen}30°)$$

$$-91.74=6v_B^2-37.5+0-176.58$$

$$6v_B^2=122.34,\ v_B^2=20.39\begin{cases} v_B=-4.51\text{ m/s}, \\ \bar{v}_B=-4.51i\ ,\ \text{m/s} \\ \boxed{|v_B|=4.51\text{ m/s}} \end{cases}$$