## *Problema 1*

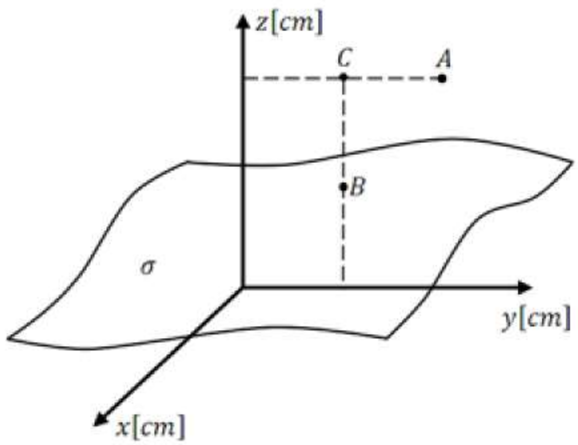
En la figura se muestra una superficie muy grande coincidente con el plano "xy" con una distribución $\sigma = 885[\frac{nC}{m^2}]$ y una carga puntual $Q = -4[nC]$ colocada en el punto C (0, 2, 4) [cm]. Determine:

**a)** El valor del vector de intensidad de campo eléctrico en el punto A (0, 4, 4) [cm].

**b)** La fuerza eléctrica que actuaría sobre una carga $q_1 = 2\ [nC]$ colocada en A.

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$, donde B (0, 2, 2) [cm].

**d)** El trabajo necesario para llevar una carga $q_2 = -4\ [nC]$ del punto A al punto B.




✓ **Resolución:**

**a)** La intensidad de campo eléctrico en el punto A, depende tanto de la carga puntual, como de la distribución superficial de carga, por lo que, aplicando el principio de superposición:

$$\bar{E}_A = \bar{E}_{AQ} + \bar{E}_{A\sigma}$$

Para la carga puntual, se observa que, al ser negativa, producirá, en el punto A, un campo en dirección (-j) ya que, en ese punto al colocar una carga de prueba positiva, ésta, se verá atraída. Por lo tanto:

$$\bar{E}_{AQ} = \left|k\ \frac{Q}{r^2}\right|\hat{r}$$

$$\bar{E}_{AQ} = \left|9x10^9\ \frac{-4x10^{-9}}{0.02^2}\right|(-\hat{\jmath})$$

$$\bar{E}_{AQ} = -90\hat{\jmath}\left[\frac{kN}{C}\right]$$

Para la superficie, se observa que, el campo producido por la distribución superficial tiene componente en el eje "z".

$$\bar{E}_{A\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k} = \frac{885x10^{-9}}{2(8.85x10^{-12})}\ \hat{k} = 50\hat{k}\left[\frac{kN}{C}\right]$$

Sumando ambos resultados, se obtiene el vector de intensidad de campo eléctrico en el punto A

$$\boldsymbol{\bar{E}_A = -90\hat{\jmath} + 50\hat{k}\left[\frac{kN}{C}\right]}$$

**b)** La fuerza eléctrica ejercida sobre la carga $q_1$ que se coloca en el punto el punto A, depende del valor de la carga puntual ($q_1$) y de la intensidad de campo eléctrico ($\vec{E}_A$), obtenida en el inciso anterior, entonces,

$$\bar{F} = q_1 \ \bar{E}_A$$

Sabiendo

$$q_1 = 2[nC]$$

Y sustituyendo,

$$\bar{F} = 2x10^{-9}(-90\hat{j} + 50\hat{k})x10^3[N]$$

$$\mathbf{\bar{F} = -180\hat{j} + 100\hat{k}\ [\mu N]}$$

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$ , depende de las cargas y las coordenadas de los puntos, por lo tanto:

$$V_{AB} = V_{ABQ} + V_{AB\sigma}$$

Los puntos A y B con respecto a la carga puntual se encuentran a la misma distancia, formando una superficie equipotencial, de tal manera que:

$$V_{ABQ} = 0$$

La distribución de carga sobre la superficie produce una diferencia de potencial:

$$V_{AB\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_B - r_A)$$

$r_B = 0.02[m]$, $\qquad r_A = 0.04[m]$

$$V_{AB\sigma} = (50x10^3)(-0.02)[V]$$

Entonces,

$$\mathbf{V_{AB} = V_{AB\sigma} = -1000\ [V]}$$

**d)** El trabajo necesario para llevar una carga del punto A al punto B, dependerá de la diferencia de potencial entre los puntos ($V_{BA}$) y del valor de la carga ($q_2$)

$${}_AW_B = q_2 V_{BA}$$

Sabiendo que

$$q_2 = -4\ [nC]$$

$$V_{AB} = -V_{BA}$$

Al sustituir valores,

$${}_AW_B = q_2 V_{BA} = -4x10^{-9}(1000)$$

$$\mathbf{{}_AW_B = -4\ [\mu J]}$$

# *Problema 2*

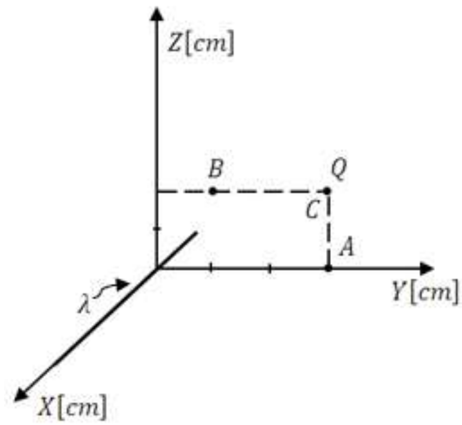
En la figura se muestra una línea muy larga coincidente con el eje “x” con una distribución lineal de carga $\lambda = -30\left[\frac{nC}{m}\right]$y una carga puntual $Q = 2[nC]$ colocada en el punto C (0, 3, 2) [cm]. Obtenga:

**a)** El valor del vector de intensidad de campo eléctrico en el punto A (0, 3, 0) [cm].

**b)** La fuerza eléctrica que actuaría sobre una carga $q_1 = -3\ [nC]$ colocada en A.

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$, donde B (0, 1, 2) [cm].

**d)** El trabajo necesario para llevar una carga $q_2 = 2\ [nC]$ del punto A al punto B.




✓ **Resolución:**

**a)** La intensidad de campo eléctrico en el punto A, depende tanto de la carga puntual, como de la distribución de la carga lineal, por lo que

$$\bar{E}_{\mathrm{A}} = \bar{E}_{\mathrm{AQ}} + \bar{E}_{\mathrm{A\lambda}}$$

Para la carga puntual:

$$\bar{E}_{\mathrm{AQ}} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{r}^2}\right)\hat{\mathrm{k}} = -9\mathrm{x}10^9\left(\frac{2\mathrm{x}10^{-9}}{0.02^2}\right)\hat{\mathrm{k}}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{AQ}} = -45\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{C}}\right]\hat{\mathrm{k}}$$

Para la distribución lineal

$$\bar{E}_{\mathrm{A\lambda}} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{\mathrm{r}}\right)\hat{\mathrm{j}} = \frac{2k\lambda}{r}(\hat{j})$$

$$\bar{E}_{\mathrm{A\lambda}} = -2(9\mathrm{x}10^9)\left(\frac{30\mathrm{x}10^{-9}}{0.03}\right)\hat{\mathrm{j}}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{A\lambda}} = -18\left[\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{C}}\right]\hat{\mathrm{j}}$$

Sumando ambos resultados,

$$\boldsymbol{\bar{E}_{\mathrm{A}} = \left(-18\hat{\mathbf{j}} - 45\hat{\mathbf{k}}\right)\left[\frac{\mathbf{kN}}{\mathbf{C}}\right]}$$

**b)** La fuerza eléctrica en el punto A, depende del valor de la carga puntual ($q_1$) y de la intensidad de campo eléctrico ($\bar{E}_{\mathrm{A}}$), obtenida en el inciso anterior, entonces,

$$\bar{\mathrm{F}} = \mathrm{q}_1\bar{E}_{\mathrm{A}}$$

Sabiendo

$$q_1 = -3\ [nC]$$

Y sustituyendo,

$$\bar{\mathrm{F}} = -3\mathrm{x}10^{-9}\left(-18\hat{\mathrm{j}} - 45\hat{\mathrm{k}}\right)\mathrm{x}10^3[\mathrm{N}]$$

$$\boldsymbol{\bar{\mathrm{F}} = 54\hat{\mathbf{j}} + 135\hat{\mathbf{k}}\ [\mu\mathrm{N}]}$$

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$, depende del valor de la carga puntual y de la distribución lineal, por lo tanto:

$$V_{AB} = V_{ABQ} + V_{AB\lambda}$$

Las distancias con respecto a la carga puntual son del mismo valor, formando una superficie equipotencial, entonces el primer miembro resulta

$$V_{ABQ} = 0$$

Considerando entonces sólo la distribución de carga sobre la línea,

$V_{AB\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right) =$
$9x10^9(2)(-30x10^{-9}) ln\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = 158.7[V]$

Entonces: $\mathbf{V_{AB} = V_{AB\lambda} = 158.7\ [V]}$

**d)** El trabajo necesario para llevar una carga del punto A al punto B, dependerá de la diferencia de potencial entre los puntos ($V_{AB}$) y del valor de la carga ($q_2$)

$$_{A}W_{B} = q_2 V_{BA}$$

Sabiendo que

$$q_2 = 2\ [nC]$$

Y sustituyendo valores,

$$_{A}W_{B} = 2x10^{-9}(-158.7)$$
$$\mathbf{_{A}W_{B} = -317.4\ [nJ]}$$

# *Problema 3*

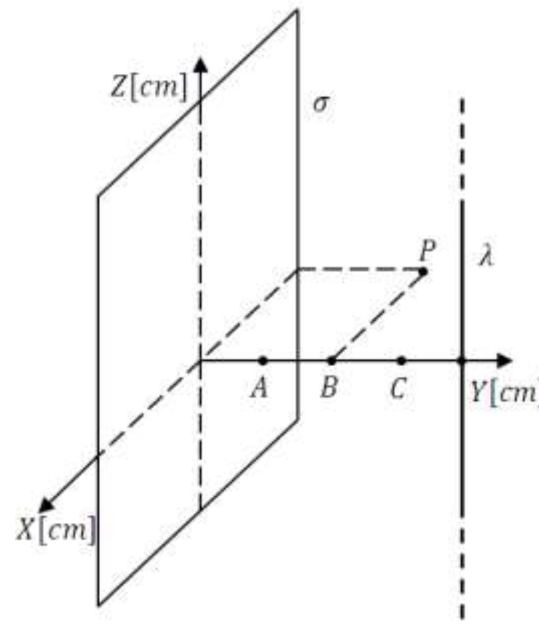
En la figura ser muestra una superficie muy grande coincidente con el plano Y=0, con una distribución de carga $\sigma = -3.54 \left[\frac{\mu C}{m^2}\right]$, una línea muy larga paralela al eje "Z", que cruza el eje de las "Y" en el punto (0, 4, 0) [cm], con una distribución de carga $\lambda = 0.2 \left[\frac{\mu C}{m}\right]$ y una carga puntual $Q = 16[nC]$ colocada en el punto P (-2, 2, 0) [cm]. Determine:

**a)** El vector campo eléctrico en el punto B (0,2, 0) [cm].

**b)** El vector fuerza eléctrica que actúa sobre la carga Q cuando λ=0.

**c)** La diferencia de potencial entre los puntos C (0, 3, 0) [cm] y A (0, 1, 0) [cm].

**d)** El trabajo necesario para colocar la carga Q en el punto B (0, 2, 0) [cm].




✓ **Resolución:**

**a)** La intensidad de campo eléctrico en el punto B, depende tanto de la carga puntual, como de la distribución de carga lineal y superficial, por lo que:

$$\bar{E}_{B} = \bar{E}_{BQ} + \bar{E}_{B\lambda} + \bar{E}_{B\sigma}$$

Para la carga puntual:

$$\bar{E}_{BQ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2}\right)\hat{\imath} = 9x10^9\left(\frac{16x10^{-9}}{0.02^2}\right)\hat{\imath}$$

$$\bar{E}_{BQ} = 360\left[\frac{kN}{C}\right]\hat{\imath}$$

Para la distribución lineal

$$\bar{E}_{B\lambda} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{r}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{B\lambda} = -2(9x10^9)\left(\frac{0.2x10^{-6}}{0.02}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{B\lambda} = -180\left[\frac{kN}{C}\right]\hat{\jmath}$$

Para la distribución superficial

$$\bar{E}_{B\sigma} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\jmath} = -200\left[\frac{kN}{C}\right]\hat{\jmath}$$

El campo eléctrico resultante,

$$\boldsymbol{\bar{E}_{B}} = \mathbf{(360\hat{\imath} - 200\hat{\jmath})}\left[\mathbf{\frac{kN}{C}}\right]$$

**b)** La fuerza eléctrica en el punto P, depende del valor de la carga puntual (Q) y de la intensidad de campo eléctrico ($\bar{E}_P$), entonces,

$$\bar{F}_P = Q\bar{E}_{\mathrm{P}} = Q\bar{E}_{\mathrm{P}\sigma} = Q\left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\jmath}\right)$$

$$\bar{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{Q}} = -\mathbf{3.2}[\boldsymbol{mN}]\hat{\mathbf{j}}$$

**c)** La diferencia de potencial $V_{CA}$

$$V_{CA} = V_{CAQ} + V_{CA\lambda} + V_{CA\sigma}$$

donde:

En el caso de la carga Q se tiene una superficie equipotencial

$$V_{CAQ} = 0$$

Por otro lado:

$$V_{CA\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\left(\frac{r_A}{r_C}\right)$$

$$V_{CA\lambda} = 9\text{x}10^9(2)(0.2\text{x}10^{-6}) ln\left(\frac{0.03}{0.01}\right)$$

$$V_{CA\lambda} = 3955[V]$$

$$V_{CA\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_A - r_C)$$

$$V_{CA\sigma} = (-200000)(-0.02)[\mathrm{V}] = 4000[\mathrm{V}]$$

Así

$$\mathbf{V_{CA}} = \mathbf{7955}[\boldsymbol{V}]$$

**d)**El trabajo para colocar la carga Q en B cumple:

$${}_QW_B = Q(V_{BQ}) = Q\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_Q}{r_B}\right)$$

$$= (9x10^9)(2)(0.2x10^{-6})\ln\left(\frac{0.0282}{0.02}\right)$$

$${}_{\boldsymbol{Q}}\boldsymbol{W}_{\boldsymbol{B}} = \mathbf{19.79}\ [\boldsymbol{\mu J}]$$

# *Problema 4*

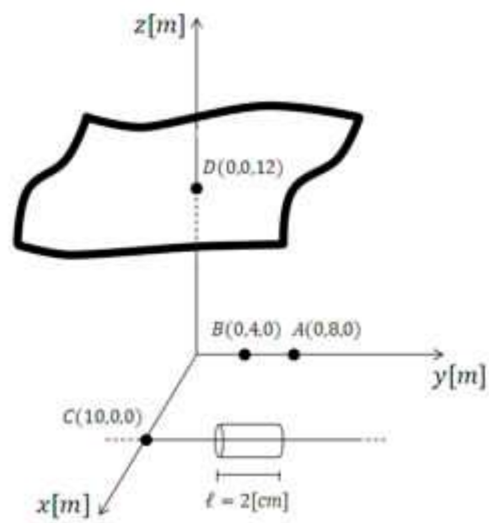
El sistema de cargas mostrado en la figura comprende: una línea paralela al eje "Y" y contenida en el plano (X, Y) con una distribución lineal $\lambda = 5\left[\frac{nC}{m}\right]$ que cruza el eje "X" en el punto C (10, 0, 0) [m], una superficie infinita paralela al plano (X, Y) con una distribución superficial $\sigma = 1\left[\frac{nC}{m^2}\right]$ que cruza el eje "Z" en el punto D (0, 0, 12) [m] y una carga puntual $Q = 10[nC]$ ubicada en el origen. Despreciando el efecto de inducción, determine:

**a)** El campo eléctrico en el punto A (0,8,0) [m].

**b)** El flujo eléctrico a través de la superficie cerrada $S_1$, que produce la línea infinita, si $\ell = 2[cm]$.

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$, donde B (0,4,0) [m].

**d)** El cambio en la energía potencial de un electrón si se desplaza del punto B al punto A.




✓ **Resolución:**

**a)** La intensidad de campo eléctrico en el punto A, depende tanto de la carga puntual, como de la distribución de carga lineal y superficial, por lo que:

$$\bar{E}_A = \bar{E}_{AQ} + \bar{E}_{A\lambda} + \bar{E}_{A\sigma}$$

Para la carga puntual:

$$\bar{E}_{AQ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2}\right)\hat{\jmath} = 9x10^9\left(\frac{10x10^{-9}}{8^2}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{AQ} = 1.406\left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

Para la distribución lineal

$$\bar{E}_{A\lambda} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{r}\right)\hat{\imath}$$

$$\bar{E}_{A\lambda} = -2(9x10^9)\left(\frac{5x10^{-9}}{10}\right)\hat{\imath}$$

$$\bar{E}_{A\lambda} = -9\left[\frac{kN}{C}\right]\hat{\imath}$$

Para la distribución superficial

$$\bar{E}_{A\sigma} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k} = -56.497\left[\frac{N}{C}\right]\hat{k}$$

El campo eléctrico resultante,

$$\boldsymbol{\bar{E}_A = (-9\,\hat{\imath} + 1.406\,\hat{\jmath} - 56.497\,\hat{k})\left[\frac{N}{C}\right]}$$

**b)** El flujo eléctrico a través del trozo de conductor

$$\varphi_E = \frac{\lambda \cdot l}{\varepsilon_0} = \frac{(5\times10^{-9})(0.02)}{8.85\times10^{-12}}$$

$$\boldsymbol{\varphi_E = 11.299\left[\frac{N\cdot m^2}{C}\right]}$$

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$

$$V_{AB} = V_{ABQ} + V_{AB\lambda} + V_{AB\sigma}$$

En el caso de la línea y superficie se tienen superficies equipotenciales:

$$V_{AB\lambda} = V_{AB\sigma} = 0$$

Por otro lado, al tener una carga puntual Q:

$$V_{ABQ} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$V_{ABQ} = 9x10^9\left(4\pi(0.02)^2(2\times10^{-2})\right)\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4}\right)$$

Así:

$$\boldsymbol{V_{AB} = -11.25x10^3[V]}$$

**d)** El trabajo como cambio de energía potencial:

$$U_A - U_B = \ {}_BW_A = q_eV_{AB}$$

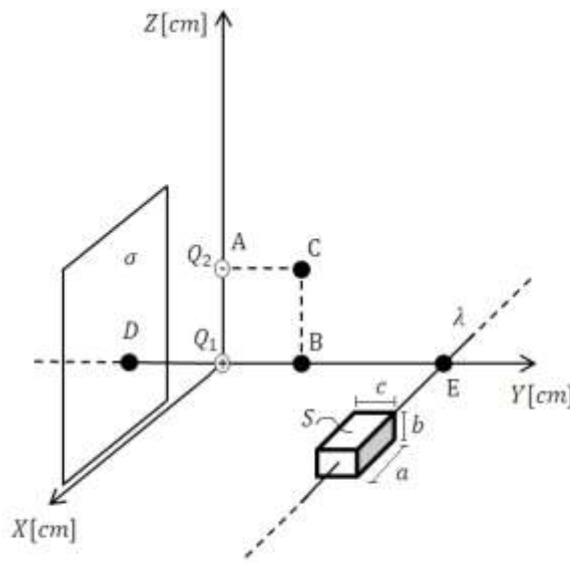
$$q_eV_{AB} = (-1.6x10^{-19})(-11.309)$$

$$\boldsymbol{U_B - U_A = 1.809\times10^{-18}[J]}$$

## *Problema 5*

En la figura se muestran una superficie muy grande con distribución de carga uniforme $\sigma = 13 \left[\frac{\mu C}{m^2}\right]$ paralela al plano XZ y que corta al eje Y en el punto D (0, -5,0) [cm]; una línea muy larga con densidad lineal de carga $\lambda = -900 \left[\frac{\mu C}{m}\right]$ paralela al eje X y que corta al eje Y en el punto E (0,8,0) [cm]; y dos cargas puntuales, $Q_1 = 6\,[\mu C]$ ubicada en el punto O (0,0,0) [cm] y $Q_2 = -3\,[\mu C]$ ubicada en el punto A (0,0,3) [cm]. Despreciando el efecto de inducción, determine:

**a)** La fuerza de origen eléctrico total sobre la carga $Q_1$.
**b)** El campo eléctrico total en el punto B (0, 4, 0) [cm].
**c)** La diferencia de potencial $V_{BC}$ debida a las cuatro distribuciones de carga, si se conoce la ubicación del punto C (0, 4, 3) [cm].
**d)** El flujo eléctrico que atraviesa por la superficie S de dimensiones a=3[cm], b=1[cm] y c=2[cm].
**e)** El trabajo necesario para trasladar la carga $Q_1$ desde el punto O (0, 0, 0) [cm] hasta el punto B (0, 4, 0) [cm].




✓ **Resolución:**

**a)** Para la fuerza sobre la carga $Q_1$ se aplica el principio de superposición:

$$\bar{F}_{Q1} = Q_1\bar{E}_{Q1} = Q_1\left(\bar{E}_{Q1Q2} + \bar{E}_{Q1\lambda} + \bar{E}_{Q1\sigma}\right)$$

donde:

$$\bar{E}_{Q1Q2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2}{r^2}\right)\hat{k} = 9x10^9\left(\frac{3x10^{-6}}{0.03^2}\right)\hat{k}$$

$$\bar{E}_{Q1Q2} = 30 \times 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{k}$$

$$\bar{E}_{Q1\lambda} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{r}\right)\hat{j}$$

$$\bar{E}_{Q1\lambda} = 2(9x10^9)\left(\frac{900x10^{-6}}{0.08}\right)\hat{j}$$

$$\bar{E}_{Q1\lambda} = 202.5 \times 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{j}$$

$$\bar{E}_{Q1\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{j} = 734.5 \times 10^3 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{j}$$

Así $\boldsymbol{\bar{F}_{Q1} = (1219.4\hat{j} + 180\hat{k})[N]}$

**b)** El campo eléctrico en el punto B:

$$\bar{E}_{\mathrm{B}} = \bar{E}_{\mathrm{BQ1}} + \bar{E}_{\mathrm{BQ2}} + \bar{E}_{\mathrm{B\lambda}} + \bar{E}_{\mathrm{B\sigma}}$$

donde:

$$\bar{E}_{\mathrm{BQ1}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{\mathrm{r}^2}\right)\hat{\jmath} = 9\mathrm{x}10^9\left(\frac{6\mathrm{x}10^{-6}}{0.04^2}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{BQ1}} = 33.75 \times 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{BQ2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2}{\mathrm{r}^2}\right)\hat{\jmath}$$

$$= 9\mathrm{x}10^9\left(\frac{3\mathrm{x}10^{-6}}{0.05^2}\right)\left(-\frac{4}{5}\hat{\jmath} + \frac{3}{5}\hat{k}\right)$$

$$\bar{E}_{\mathrm{BQ2}} = \left(-8.64 \times 10^6\hat{\jmath} + 6.48 \times 10^6\hat{k}\right)\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$\bar{E}_{\mathrm{B\lambda}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{\mathrm{r}}\right)\hat{\jmath} = 2(9\mathrm{x}10^9)\left(\frac{900\mathrm{x}10^{-6}}{0.04}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{B\lambda}} = 405 \times 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{B\sigma}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\jmath} = 734.5 \times 10^3 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]\hat{\jmath}$$

Así:

$$\bar{E}_{\mathrm{B}} = 33.75 \times 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

$$+\left(-8.64 \times 10^6\hat{\jmath} + 6.48 \times 10^6\hat{k}\right)\left[\frac{N}{C}\right]$$

$$+405 \times 10^6 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath} + 734.5 \times 10^3 \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]\hat{\jmath}$$

$$\boldsymbol{\bar{E}_{\mathrm{B}} = \left(430.8 \times 10^6\hat{\jmath} + 6.48 \times 10^6\hat{k}\right)\left[\frac{N}{C}\right]}$$

**c)** La diferencia de potencial $\mathrm{V_{BC}}$ cumple con el principio de superposición:

$$\mathrm{V_{BC}} = \mathrm{V_{BCQ1}} + \mathrm{V_{BCQ2}} + \mathrm{V_{BC\lambda}} + \mathrm{V_{BC\sigma}}$$

donde:

$$\mathrm{V_{BCQ1}} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C}\right)$$

$$= 9\mathrm{x}10^9(6\mathrm{x}10^{-6})\left(\frac{1}{0.04} - \frac{1}{0.05}\right)$$

$$\mathrm{V_{BCQ1}} = 270000[V]$$

$$\mathrm{V_{BCQ2}} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_C}\right)$$

$$= -9\mathrm{x}10^9(3\mathrm{x}10^{-6})\left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.04}\right)$$

$$\mathrm{V_{BCQ2}} = 135000[V]$$

Por otro lado:

$$\mathrm{V_{BC\lambda}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}ln\left(\frac{r_C}{r_B}\right)$$

$$= 9\mathrm{x}10^9(2)(-900\mathrm{x}10^{-6})ln\left(\frac{0.05}{0.04}\right)$$

$$= -3615000[V]$$

En el caso de la superficie las dos posiciones están en una superficie equipotencial:

$\mathrm{V_{BC\sigma}} = 0$

Así

$$\boldsymbol{\mathrm{V_{BC}} = -3210000[V]}$$

**d)** El flujo eléctrico a través de la superficie S:

$$\varphi_E = \frac{\lambda \cdot \ell}{\varepsilon_0} = \frac{(-900\text{x}10^{-6})(0.03)}{8.85 \times 10^{-12}}$$

$$\boldsymbol{\varphi_E = -3.05 \times 10^6 \left[\frac{N \cdot m^2}{C}\right]}$$

**e)** El trabajo necesario para desplazar la carga $Q_1$:

$${}_0\mathrm{W_B} = Q_1 \mathrm{V_{BO}}$$

$$= Q_1 \left(\mathrm{V_{BOQ2}} + \mathrm{V_{BO\lambda}} + \mathrm{V_{BO\sigma}}\right)$$

donde:

$$\mathrm{V_{BOQ2}} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_O}\right)$$

$$= 9\text{x}10^9(-6\text{x}10^{-6})\left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.03}\right)$$

$$\mathrm{V_{BOQ2}} = 360000[V]$$

$$\mathrm{V_{BO\lambda}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\left(\frac{r_O}{r_B}\right)$$

$$= 9\text{x}10^9(2)(-900\text{x}10^{-6}) ln\left(\frac{0.08}{0.04}\right)$$

$$= 11229000[V]$$

$$\mathrm{V_{BO\sigma}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_O - r_B)$$

$$= (734.5 \times 10^6)(0.05 - 0.09)[\mathrm{V}]$$

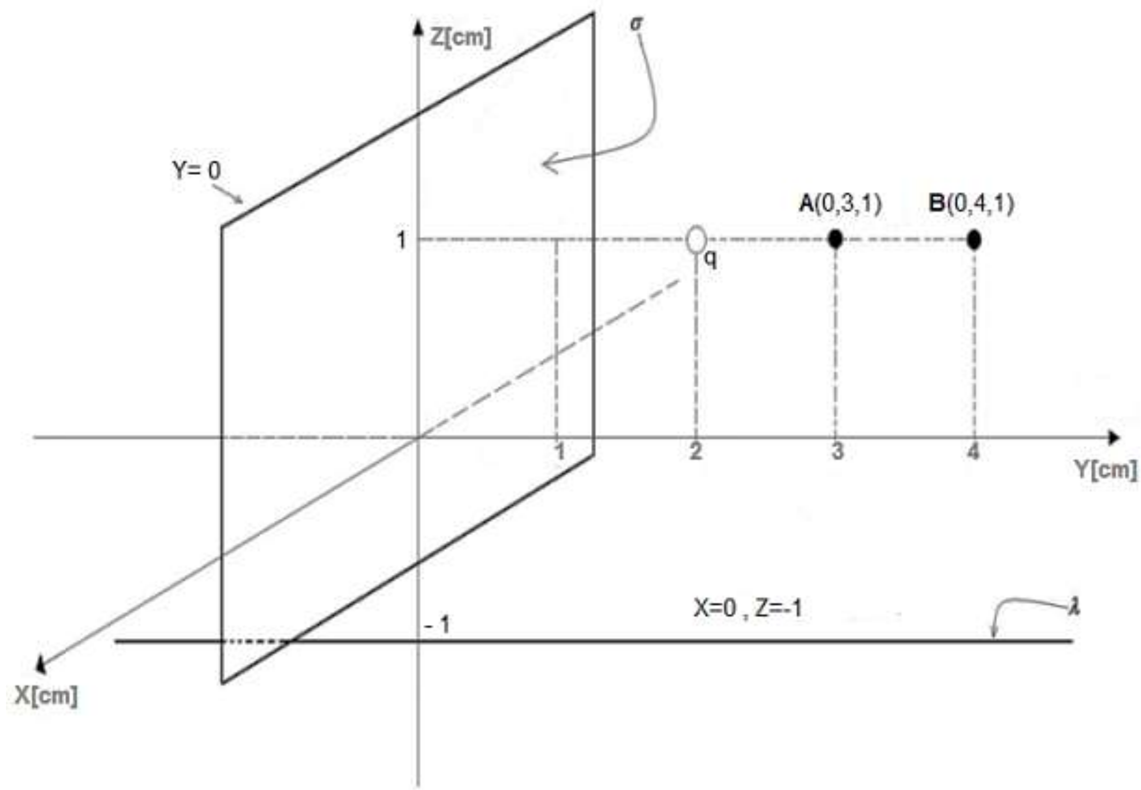
$$= -29378000[\mathrm{V}]$$

Así:

$$\boldsymbol{{}_0W_B = 241.481[J]}$$

## *Problema 6*

En la figura se muestra una superficie infinita coincidente con el plano XZ con distribución de carga uniforme σ; una línea muy larga paralela al eje Y con carga uniforme λ y que corta al eje Z en el punto (0, 0, -1) [cm]. Con base en la configuración de carga que se muestra en la figura determine:




**a)** La densidad superficial de carga σ del plano XZ y la densidad lineal de carga λ de la línea infinita, si la fuerza que actúa sobre la carga puntual q = 20 [μC], ubicada en (0, 2. 1) [cm] es: $\vec{F}_q = (-200\hat{\jmath} + 200\hat{k})[\mathrm{N}]$

**b)** El campo eléctrico en el punto A, si

$\lambda = -10\ [\mu C/m], \sigma = 30\ [\mu C/m^2]$ y $q = 20\ [\mu C]$.

**c)** La diferencia de potencial VAB considerando los valores de las cargas indicados en el inciso b.

**d)** El trabajo necesario para mover la carga “q” del punto A (0,3,1) al punto B (0,4,1). Considere los valores de las cargas del inciso b.

✓ **Resolución:**

**a)** La densidad superficial de carga genera la fuerza eléctrica con componente en el eje y, la densidad lineal de carga genera la fuerza eléctrica con componente en el eje Z, de acuerdo con las ecuaciones para campo eléctrico se tiene que:

$$\bar{E}_{q\sigma} = \frac{\bar{F}_{q\sigma}}{q} = -\frac{200}{20\times10^{-6}}\hat{\jmath} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\jmath}$$

Al despejar:

$$\sigma = -2\varepsilon_0\left(\frac{200}{20\times10^{-6}}\right)$$

$$\boldsymbol{\sigma = -177\times10^{-6}\left[\frac{C}{m^2}\right]}$$

$$\bar{E}_{q\lambda} = \frac{\bar{F}_{q\lambda}}{q} = \frac{200}{20\times10^{-6}}\hat{k} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{k}$$

Al despejar:

$$\lambda = \frac{1}{2(9\times10^9)}(0.02)\left(\frac{200}{20\times10^{-6}}\right)$$

$$\boldsymbol{\lambda = 11.11\times10^{-6}\left[\frac{C}{m}\right]}$$

**b)** El campo eléctrico en el punto A cumple con el principio de superposición:

$$\bar{E}_A = \bar{E}_{Aq} + \bar{E}_{A\lambda} + \bar{E}_{A\sigma}$$

Para la carga puntual:

$$\bar{E}_{Aq} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2}\right)\hat{\jmath} = 9\text{x}10^9\left(\frac{20\times10^{-6}}{0.01^2}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{Aq} = 1.8\times10^9\left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

Para la distribución lineal

$$\bar{E}_{A\lambda} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{r}\right)\hat{k}$$

$$\bar{E}_{A\lambda} = -2(9\text{x}10^9)\left(\frac{10\text{x}10^{-6}}{0.02}\right)\hat{k}$$

$$\bar{E}_{A\lambda} = -9\times10^6\left[\frac{N}{C}\right]\hat{k}$$

Para la distribución superficial

$$\bar{E}_{A\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\jmath} = 1.695\times10^6\left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

El campo eléctrico resultante,

$$\boldsymbol{\bar{E}_A = \left(1.8\times10^9\hat{\jmath} - 9\times10^6\hat{k}\right)\left[\frac{N}{C}\right]}$$

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$

$$V_{AB} = V_{ABq} + V_{AB\lambda} + V_{AB\sigma}$$

donde:

$$V_{ABq} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

$$V_{ABq} = 9\text{x}10^9(20\times10^{-6})\left(\frac{1}{0.01} - \frac{1}{0.02}\right)$$

$$V_{ABq} = 9\times10^6[V]$$

En el caso de la línea ambos puntos corresponden a una superficie equipotencial:

$$V_{AB\lambda} = 0$$

En el caso de la superficie:

$$V_{AB\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_B - r_A)$$

$$= (1.695 \times 10^6)(0.01) = 16.950 \times 10^3 [V]$$

Así la diferencia de potencial total es:

$$\mathbf{V_{AB} = 9.016 \times 10^6 [\boldsymbol{V}]}$$

**d)** El trabajo necesario para mover la carga q del punto A al punto B es (sin considerar el efecto de q):

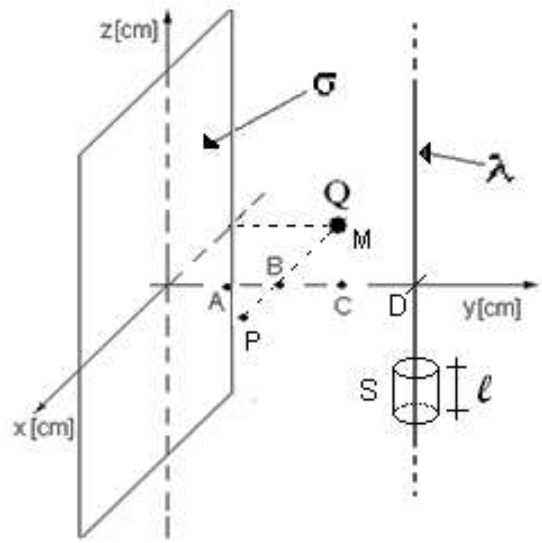
$$_AW_B = qV_{BA} = -qV_{AB}$$

$$_AW_B = -(20x10^{-6})(16.95x10^3)$$

$$\boldsymbol{_AW_B = -339[mJ]}$$

# *Problema 7*

En la figura se muestra una superficie muy grande coincidente con el plano "XZ" con una distribución superficial de carga $\sigma = -3.54\left[\mu\frac{C}{m^2}\right]$, una línea muy larga paralela al eje "Z" que cruza el eje "Y" en el punto D (0,4,0) [cm] con una distribución lineal de carga $\lambda = 0.2\left[\mu\frac{C}{m}\right]$, y una carga puntual Q=16 [nC] colocada en el punto M (-2,2,0) [cm], determine:




**a)** El vector campo eléctrico en el punto P (1, 2, 0) [cm].

**b)** El vector fuerza eléctrica que actúa sobre la carga Q cuando λ=0.

**c)** La diferencia de potencial entre los puntos C (0, 3, 0) [cm] y A (0, 1, 0) [cm], es decir, $V_{CA}$.

**d)** El trabajo necesario para colocar la carga Q en el punto B (0,2,0) [cm].

**e)** El flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana S, cuya longitud ℓ es 20 [cm].

✓ **Resolución:**

**a)** El vector campo eléctrico en el punto P. Aplicando el principio de superposición:

$$\bar{E}_{\mathrm{P}} = \bar{E}_{\mathrm{PQ}} + \bar{E}_{\mathrm{P\lambda}} + \bar{E}_{\mathrm{P\sigma}}$$

Para la carga puntual:

$$\bar{E}_{\mathrm{PQ}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{r}^2}\right)\hat{\imath} = 9\mathrm{x}10^9\left(\frac{16\times10^{-9}}{0.03^2}\right)\hat{\imath}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{PQ}} = 1.6\times10^5\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]\hat{\imath} = 160x10^3\left[\frac{N}{C}\right]\hat{\imath}$$

Para la distribución lineal

$$\bar{E}_{\mathrm{P\lambda}} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{\mathrm{r}}\right)\hat{r}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{P\lambda}} = 2(9\mathrm{x}10^9)\left(\frac{0.2\mathrm{x}10^{-6}}{0.02236}\right)\left(\frac{1\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 0\hat{k}}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\bar{E}_{\mathrm{P\lambda}} = (72.1\times10^3\hat{\imath} - 144\times10^4\hat{\jmath})\left[\frac{N}{C}\right]$$

Para la distribución superficial

$$\bar{E}_{P\sigma} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\jmath} = -200 \times 10^3 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}$$

El campo eléctrico resultante,

$$\boldsymbol{\bar{E}_P = \left(231.1 \times 10^3\hat{\imath} - 344 \times 10^3\hat{\jmath}\right)\left[\frac{N}{C}\right]}$$

**b)** El vector fuerza eléctrica en Q.

$$\bar{F}_Q = Q\bar{E}_{Q\sigma} = Q\bar{E}_{P\sigma}$$

Así:

$$\bar{F}_Q = (16 \times 10^{-9})\left(-200 \times 10^3 \left[\frac{N}{C}\right]\hat{\jmath}\right)$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_Q = -3.2 \times 10^{-3}[N]\hat{\jmath}}$$

**c)** La diferencia de potencial. Aplicando el principio de superposición:

$$V_{CA} = V_{CAQ} + V_{CA\lambda} + V_{CA\sigma}$$

En el caso de la carga Q los puntos C y A están ubicados en una superficie equipotencial:

$$V_{CAQ} = 0$$

Por otro lado:

$$V_{CA\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\left(\frac{r_A}{r_C}\right)$$

$$V_{CA\lambda} = 9x10^9(2)(0.2x10^{-6})ln\left(\frac{0.03}{0.01}\right)$$

$$V_{CA\lambda} = 3955$$

En el caso de la superficie:

$$V_{CA\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_A - r_C)$$

$$V_{CA\sigma} = (-200 \times 10^3)(-0.02)$$

$$V_{CA\sigma} = 4000[V]$$

Así

$$\boldsymbol{V_{CA} = 7955[V]}$$

**d)** El trabajo necesario para colocar la carga Q en el punto B:

$$_{M}W_B = QV_{BM}$$

donde la diferencia de potencial depende únicamente de la línea debido a que los puntos B y M están ubicados en una superficie equipotencial del plano y la carga no ejerce trabajo sobre sí misma:

$$V_{BM} = V_{BM\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\left(\frac{r_M}{r_B}\right)$$

$$= 9x10^9(2)(0.2x10^{-6})ln\left(\frac{0.02828}{0.02}\right)$$

$$= 1247.1[V]$$

Así:

$$\boldsymbol{_{M}W_B = QV_{BM} = 19.95[nJ]}$$

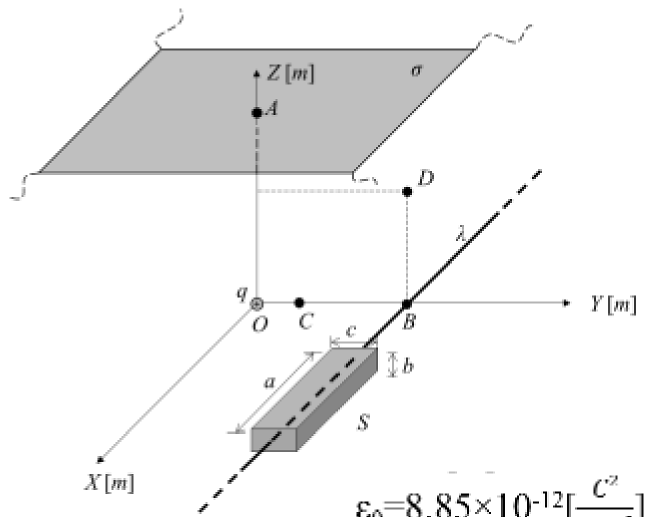
**e)** El flujo eléctrico sobre la superficie gaussiana:

$$\varphi_E = \frac{\lambda \cdot \ell}{\varepsilon_0} = \frac{(0.2x10^{-6})(0.2)}{8.85 \times 10^{-12}}$$

$$\boldsymbol{\varphi_E = 4519.77\left[\frac{N \cdot m^2}{C}\right]}$$

## *Problema 8*

En la figura, se muestran una superficie muy grande con distribución de carga superficial uniforme σ = 4 [nC/m$^2$], paralela al plano XY y que corta al eje Z en el punto A(0,0,5) [m]; una línea muy larga con densidad lineal de carga λ = -10 [nC/m], paralela al eje X y que corta al eje Y en el punto B(0,4,0) [m]; y una carga puntual q = 5 [nC] ubicada en el punto O(0,0,0) [m]. Despreciando el efecto de inducción, calcule:




$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} [\frac{C^2}{Nm^2}]$

**a)** El vector campo eléctrico total en la posición de la carga q; debido a las distribuciones lineal y superficial.
**b)** El vector fuerza eléctrica total sobre la carga q.
**c)** La diferencia de potencial $V_{CD}$ debida a las tres distribuciones de carga. Las posiciones exactas son C(0,1,0) [m] y D(0,4,3) [m].
**d)** El trabajo necesario para trasladar una carga de prueba $q_0$ = 10 [nC] de la posición C a la posición D.
**e)** El flujo eléctrico a través de la superficie cerrada S de dimensiones a = 2 [m], b = 0.5 [m] y c = 1 [m].

✓ **Resolución:**

**a)** $\bar{E}_0 = \frac{\bar{F}_q}{q}$

$$\mathbf{\bar{E}_0} = [\mathbf{45\hat{j} - 226\hat{k}}][\mathbf{N/C}]$$

**b)** $\bar{F}_q = \bar{F}_{q\lambda} + \bar{F}_{q\sigma}$ , pero sabemos que: $\bar{F}_q = q\bar{E}_0$ , por tanto:

$$\bar{F}_q = q(\bar{E}_{0\lambda} + \bar{E}_{0\sigma})$$

$$\bar{F}_q = q\left[\frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_0 r_{0\lambda}}\hat{j} + \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}(-\hat{k})\right]$$

$$\bar{F}_q = (5 \times 10^{-9})[45\hat{j} - 226\hat{k}][N]$$

$$\mathbf{\bar{F}_q} = [\mathbf{225 \times 10^{-9}\hat{j} - 1.13 \times 10^{-6}\hat{k}}][\mathbf{N}]$$

**c)** $V_{CD} = V_{CDq} + V_{CD\lambda} + V_{CD\sigma}$

Dónde:

$$V_{CDq} = V_{Cq} - V_{Dq} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_{Cq}} - \frac{1}{r_{Dq}}\right]$$

$$V_{CDq} = (9 \times 10^9)(5 \times 10^{-9})\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{5}\right]\ [V]$$

$$\boldsymbol{V_{CDq} = 36\ [V]}$$

$V_{AB\lambda} = 0[V]$ , puesto que los puntos C y D están sobre una misma superficie equipotencial con respecto a la línea cargada.

$$V_{CD\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(z_D - z_C)$$

$$V_{CD\sigma} = \frac{4 \times 10^{-9}}{2\varepsilon_0}(2 - 5)$$

$$\boldsymbol{V_{CD\sigma} = -678[V]}$$

Finalmente;

$$V_{CD} = (36 + 0 - 678)[V]$$

$$\boldsymbol{V_{CD} = -642\ [V]}$$

**d)** $a_C W_D = q_0 V_{CD}$

$a_C W_D = (10 \times 10^{-9})(642)$

$a_C W_D = -6.42 \times 10^{-6}[J]$

$\boldsymbol{a_C W_D = -6.42\ [\mu J]}$

**e)** $\emptyset_e = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$ pero sabemos que: $\lambda = \frac{Q_{enc}}{a}$ , por tanto: $Q_{enc} = a\lambda$

$$\emptyset_e = \frac{a\lambda}{\varepsilon_0} = \frac{2(-10 \times 10^{-9})}{\varepsilon_0}$$

$$\boldsymbol{\emptyset_e = -2260\ \left[\frac{Nm^2}{C}\right]}$$

## *Problema 9*

En la figura se muestra el arreglo de una superficie grande coincidente con el plano Y-Z con una distribución $\sigma = -35.4\left[\frac{nC}{m^2}\right]$, también una línea larga paralela al eje Z que pasa por el punto P (4,-4,0) [cm] con $\lambda = 4\left[\frac{nC}{m^2}\right]$ y una carga puntual $Q = 0.16[nC]$ colocada en el punto D (4,4,0) [cm]. La ubicación de los puntos A, B y C es la siguiente: A (7,0,0) [cm], B (1,0,0) [cm] y C (4,0,0) [cm]. Determine:

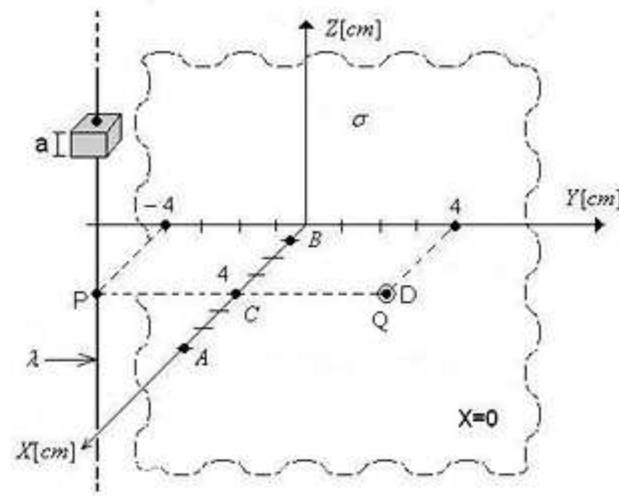
**a)** El vector intensidad de campo eléctrico en el punto C.

**b)** El vector fuerza eléctrica que actuaría sobre un electrón colocado en el punto C.

**c)** La diferencia de potencial $V_{AB}$.

**d)** El trabajo necesario para mover un electrón del punto A al punto B.

**e)** El flujo del campo eléctrico a través del cubo gaussiano de arista a=2 [cm], que se muestra en la figura.




✓ **Resolución:**

**a)** El campo eléctrico en el punto C se determina con el principio de superposición:

$$\bar{E}_C = \bar{E}_{CQ} + \bar{E}_{C\lambda} + \bar{E}_{C\sigma}$$

Para la carga puntual:

$$\bar{E}_{CQ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{r^2}\right)\hat{r} = -9x10^9\left(\frac{0.16x10^{-9}}{0.04^2}\right)$$

$$\bar{E}_{CQ} = -900\hat{\jmath}\left[\frac{N}{C}\right]$$

Para la distribución lineal

$$\bar{E}_{C\lambda} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{r}\right)\hat{r} = 2(9x10^9)\left(\frac{4x10^{-9}}{0.04}\right)\hat{\jmath}$$

$$\bar{E}_{C\lambda} = 1800\hat{\jmath}\left[\frac{N}{C}\right]$$

Para la distribución superficial

$$\bar{E}_{C\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{r} = -2000\hat{\imath}\left[\frac{N}{C}\right]$$

El campo eléctrico resultante,

$$\boldsymbol{\bar{E}_C = (-2000\hat{\imath} + 900\hat{\jmath})\left[\frac{N}{C}\right]}$$

**b)** El vector fuerza para el electrón en C.

$\bar{F}_{\mathrm{e}} = q_e \bar{E}_{\mathrm{e}}$

$\bar{F}_{\mathrm{e}} = (-160 \times 10^{-21})(-2000\hat{\imath} + 900\hat{\jmath})$

Así:

$\boldsymbol{\bar{F}_{\mathrm{e}}} = (\mathbf{320} \times \mathbf{10^{-18}}\boldsymbol{\hat{\imath}} - \mathbf{1.44} \times \mathbf{10^{-16}}\boldsymbol{\hat{\jmath}})[\boldsymbol{N}]$

**c)** La diferencia de potencial. Aplicando el principio de superposición:

$\mathrm{V_{AB}} = \mathrm{V_{ABQ}} + \mathrm{V_{AB\lambda}} + \mathrm{V_{AB\sigma}}$

En el caso de la carga Q y densidad lineal los puntos A y B están ubicados en una superficie equipotencial:

$\mathrm{V_{ABQ}} = \mathrm{V_{AB\lambda}} = 0$

En el caso de la superficie:

$$\mathrm{V_{AB\sigma}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(r_B - r_A) = (-2000)(-0.06)$$

$\mathrm{V_{AB\sigma}} = 120[\mathrm{V}]$

Así

$\mathbf{V_{AB}} = \mathbf{120}[\boldsymbol{V}]$

**d)** El trabajo necesario para mover un electrón del punto A al punto B. Los puntos se encuentran en superficies equipotenciales para la línea y la carga, por lo tanto:

$${}_AW_B = qV_{BA} = (-160x10^{-21})(-120)$$

Así:

$$\boldsymbol{{}_AW_B = 19.2x10^{-18}}[J]$$

**e)** El flujo eléctrico sobre la superficie gaussiana:

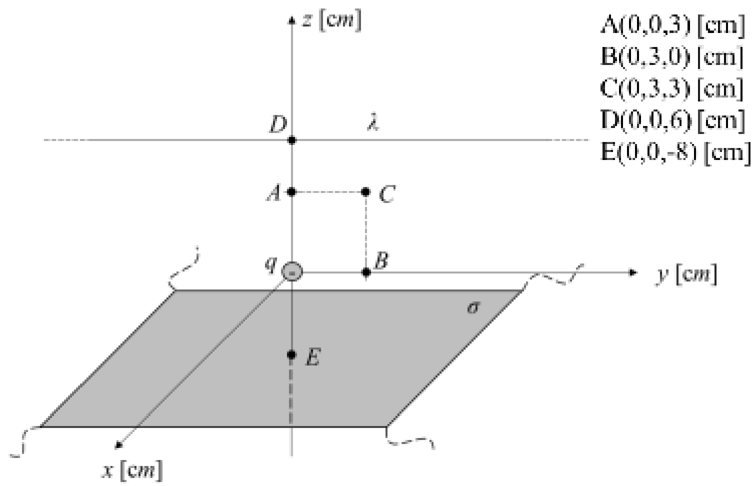
$$\varphi_E = \frac{\lambda \cdot \mathrm{l}}{\varepsilon_0} = \frac{(4.0\mathrm{x}10^{-9})(0.02)}{8.85 \times 10^{-12}}$$

$$\boldsymbol{\varphi_E = 9.039}\left[\frac{\boldsymbol{N \cdot m^2}}{\boldsymbol{C}}\right]$$

## *Problema 10*

En la figura se muestran una carga puntual q = -12x10$^{-6}$ [C] ubicada en el punto O(0,0,0)[cm], una línea muy larga con distribución de carga λ = 20x10$^{-6}$ [C/m] paralela al eje "y" cortando al eje "z" en el punto D(0,0,6)[cm]; y una superficie muy grande con distribución de carga σ = 200x10$^{-6}$ [C/m$^2$] paralela al plano "xy" cortando al eje "z" por el punto E(0,0,-8) [cm]. Determine:

a) El vector fuerza de origen eléctrico que experimenta la carga q debido a la línea y a la superficie.
b) El vector campo eléctrico en el punto C(0,3,3) [cm] únicamente debido a la carga puntual q.
c) La diferencia de potencial total $V_{AB}$ debida a las tres distribuciones de carga.
d) El flujo eléctrico que atraviesa una esfera con centro en el punto O(0,0,0,) [cm], de radio r=1 [cm] que encierra a la carga puntual q.




✓ **Resolución**

**a)** $\bar{F}_q = qE_0$

$$\bar{E}_0 = \bar{E}_{0\lambda} + \bar{E}_{0\sigma}$$

$$\bar{E}_{0\lambda} = \frac{9\times10^9(2)(20\times10^{-6})}{0.06}(-\hat{k})$$

$$\bar{E}_{0\lambda} = -6\hat{k}\ \left[\frac{MN}{C}\right]$$

$$\bar{E}_{0\sigma} = \frac{(200\times10^{-6})}{2(8.85\times10^{-12})}(\hat{k})$$

$$\bar{E}_{0\sigma} = 11.29\hat{k}\ \left[\frac{MN}{C}\right]$$

$$\bar{E}_0 = 5.29\hat{k}\ \left[\frac{MN}{C}\right]$$

$$\bar{F}_q = (-12\times10^{-6})(5.29\times10^6)$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_q = -63.48\hat{k}\ [N]}$$

**b)** $\bar{E}_C = \bar{E}_{Cq}$

$$\bar{E}_C = 9\times10^9\left|\frac{12\times10^{-6}}{\left(\sqrt{18}\times10^{-2}\right)^2}\right|\left(-\frac{3}{\sqrt{18}}\,\hat{\jmath} - \frac{3}{\sqrt{18}}\,\hat{k}\right)$$

$$\boldsymbol{\bar{E}_C = \left(-42.42\,\hat{\jmath} - 42.42\,\hat{k}\right)\left[\frac{MN}{C}\right]}$$

**c)** $V_{AB} = V_{ABq} + V_{AB\lambda} + V_{AB\sigma}$

$$V_{AB\lambda} = 9\times10^9(2)(20\times10^{-6})Ln\left[\frac{6}{3}\right]$$

$$V_{AB\lambda} = 249.53\ [kV]$$

$$V_{DE\sigma} = \frac{200\times10^{-6}}{2(8.85\times10^{-12})}[0.08 - 0.11]$$

$$V_{DE\sigma} = -338.98\ [kV]$$

$$\boldsymbol{V_{AB} = -89.45\ [kV]}$$

**d)** $\phi_e = \dfrac{q_n}{\varepsilon_0} = \dfrac{-12\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}}$

$$\boldsymbol{\phi_e = -1355.93\times10^3\left[\frac{Nm^2}{C}\right]}$$