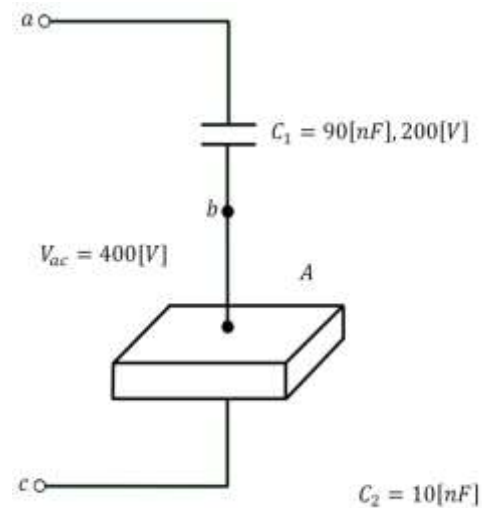


TEMA 2: CAPACITANCIA Y DIELECTRICOS

Problema 1

Al arreglo de capacitores de la figura se le aplica una diferencia de potencial $V_{ac} = 400$ [V]. Determine:

- La diferencia de potencial V_{bc} .
- El dieléctrico que puede ser empleado para construir C_2 y el área necesaria, basándose en la tabla.
- La densidad de la carga inducida en la cara superior del dieléctrico de C_2 si su espesor es 0.1 [mm], $E_r = 4$ [kV/mm] y $K = 4$.
- El voltaje máximo V_{ac} que puede soportar el arreglo sin que se dañe ningún capacitor con las características de C_2 del inciso anterior.



✓ Resolución

a) $V_{bc} = V_2$

$$Q_2 = Q_T = C_{eq} V_{ac}$$

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 9 [nF]$$

$$Q_2 = 9 \times 10^{-9} (400) = 3.6 [\mu C]$$

$$V_{bc} = \frac{Q_2}{C_2} = 360 [V]$$

- b) El voltaje que soportara es de 360 [V] y sabemos que $V_{m\acute{a}x} = E_r \cdot e$, entonces para cada dieléctrico tenemos que:

$$V_{1,max} = 300 [V], NO.$$

$$V_{2,max} = 400 [V], SI.$$

$$V_{3,max} = 320 [V], NO.$$

C_2 puede construirse con el dieléctrico 2, el cual soportaría 400 [V].

Tabla de dieléctricos

Dieléctrico	E_r [kV/mm]	K	Espesor [mm]
1	2	3	0.15
2	4	4	0.1
3	8	2	0.04

El área necesaria:

$$C_2 = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$A = \frac{C_2 d}{\epsilon} = \frac{(10 \times 10^{-9})(0.1 \times 10^{-3})}{(8.85 \times 10^{-12})(4)}$$

$$A = 28.25 \times 10^{-3} [m^2]$$

- c) Sabemos que $P = \sigma_i = \chi \epsilon_0 E$

$$E_2 = \frac{V_{bc}}{d} = \frac{360}{0.1 \times 10^{-3}} = 3.6 \left[\frac{MV}{m} \right]$$

$$\sigma_i = \pm \chi \epsilon_0 E_2$$

$$\sigma_i = -(3)(8.85 \times 10^{-12})(3.6 \times 10^6)$$

$$\sigma_i = -95.58 \left[\frac{\mu C}{m^2} \right]$$

$$\mathbf{d)} V_{bc,M} = 400[V], Q_2 = C_2 V_{bc,M} = 4[\mu C]$$

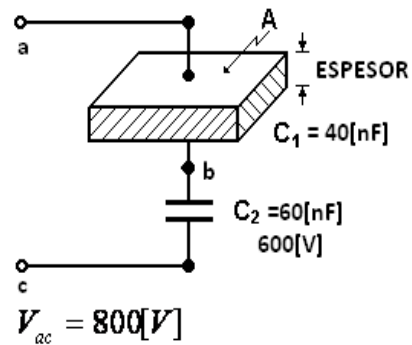
$$V_{ab} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{4 \times 10^{-6}}{90 \times 10^{-9}} = 44.44[V]$$

$$V_{ac,M} = \mathbf{444.44[V]}$$

Problema 2

Al arreglo de capacitores de la figura se le aplica una diferencia de potencial $V_{ac} = 800$ [V]. Determine:

- La diferencia de potencial V_{bc} .
- Con base en la tabla, el dieléctrico que puede ser empleado para construir C_1 y el área A necesaria.
- La densidad de la carga inducida en la cara superior del dieléctrico de C_1 si su espesor es 0.1 [mm], $E_r = 8$ [kV/mm] y $K = 4$.
- El voltaje máximo V_{ac} que puede soportar el arreglo sin que se dañe ningún capacitor con las condiciones del inciso anterior.



Dieléctrico	E_r [kV/mm]	K	Espesor [mm]
1	3	5	0.15
2	5	3	0.08
3	7	4	0.1

Tabla de dieléctricos

✓ Resolución

a)

$$V_{bc} = V_2$$

$$Q_2 = Q_T = C_{eq} V_{ac}; C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 24 \text{ [nF]}$$

$$Q_2 = Q_T = 24 \times 10^{-9} (800) = 19.2 \times 10^{-6} \text{ [C]}$$

$$V_{bc} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{19.2 \times 10^{-6}}{60 \times 10^{-9}} = 320 \text{ [V]}$$

b) De $V_{m\acute{a}x} = E_r \cdot e$, y si el voltaje que soportara es $V_{ab} = V_{ac} - V_{bc} = 480$ [V], entonces para cada dieléctrico:

$$V_{1,max} = 450 \text{ [V]}, NO.$$

$$V_{2,max} = 400 \text{ [V]}, NO.$$

$$V_{3,max} = 700 \text{ [V]}, SI.$$

C_1 puede construirse con el dieléctrico 3, el cual soportaría 700 [V].

El área necesaria:

$$C_1 = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$A = \frac{C_1 d}{\epsilon} = \frac{(40 \times 10^{-9})(0.1 \times 10^{-3})}{8.85 \times 10^{-12} \times 4}$$

$$A = 113 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$$

c)

$$\text{De } P = \sigma_i = \chi \epsilon_0 E$$

$$E_1 = \frac{V_{bc}}{d} = \frac{480}{0.1 \times 10^{-3}} = 4.8 \times 10^6 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$\sigma_i = \pm \chi \epsilon_0 E_1$$

$$\sigma_i = -(3)(8.85 \times 10^{-12})(4.8 \times 10^6) \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$\sigma_i = -127.4 \left[\frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

d)

$$V_{ab,M} = E_r \cdot d = \left(7 \left[\frac{\text{kV}}{\text{mm}} \right] \right) (0.1 \text{ [mm]})$$

$$V_{ab,M} = 700 \text{ [V]}$$

$$Q_1 = C_1 V_{ab,M} = (40 \times 10^{-9})(700)$$

$$Q_1 = 2.8 \times 10^{-5} \text{ [C]} = Q_2$$

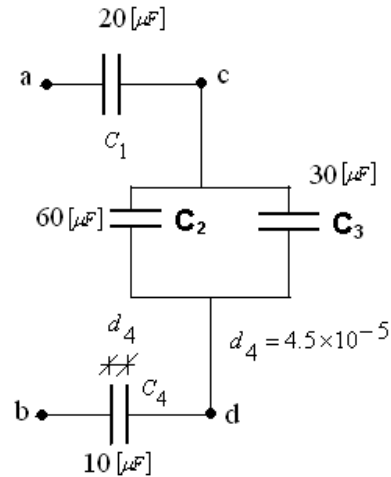
$$V_{bc} = V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{2.8 \times 10^{-5}}{60 \times 10^{-9}} = 466.7 \text{ [V]}$$

$$V_{ac} = 700 + 466.7 = 1166.67 \text{ [V]}$$

Problema 3

Para la conexión de capacitores mostrada en la figura. Determine:

- El valor del capacitor equivalente entre los puntos c y d.
- La diferencia de potencial V_{ab} que se aplicó entre dichos puntos, si resultó que $q_4 = 180 \text{ } [\mu\text{C}]$.
- La energía almacenada en C_1 de acuerdo con el inciso b.
- El módulo del campo eléctrico entre los electrodos del capacitor C_4 .



✓ Resolución

a)

$$C_{cd} = C_2 + C_3 = (60 + 30) [\mu F]$$

$$C_{cd} = 90 [\mu F]$$

b)

Como:

$$C_4 = \frac{q_4}{V_{db}}; V_{db} = \frac{q_4}{C_4} = \frac{180 \times 10^{-6} [C]}{10 \times 10^{-6} [F]}$$

$$C_4 = 18 [V]$$

y:

$$q_4 = q_1; V_{ac} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{180 \times 10^{-6} [C]}{20 \times 10^{-6} [F]} = 9 [V]$$

Entonces:

$$q_{23} = q_4$$

$$V_{23} = V_{cd} = \frac{q_{23}}{C_{23}} = \frac{180 \times 10^{-6}}{90 \times 10^{-6}} = 2 [V]$$

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cd} + V_{db}$$

$$V_{ab} = 9 + 2 + 18$$

$$V_{ab} = 29 [V]$$

c)

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_{ac}^2$$

$$U_1 = 0.5 (20 \times 10^{-6}) \left[\frac{C}{V} \right] (9 [V])^2$$

$$U_1 = 810 \times 10^{-6} [J]$$

d)

$$\text{De } V = E \cdot d [V]$$

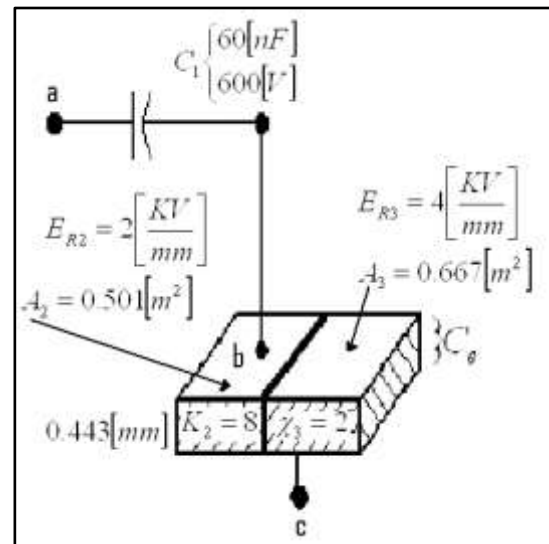
$$E_4 = \frac{V_{db}}{d_4} = \frac{18 [V]}{45 \times 10^{-6} [m]}$$

$$E_4 = 40 \times 10^6 \left[\frac{V}{m} \right]$$

Problema 4

En el arreglo de capacitores de la figura el capacitor C_e está construido con dos dieléctricos del mismo espesor, pero ocupan áreas distintas. Si al arreglo se le aplica una diferencia de potencial $V_{ac}=960[V]$. Determine:

- La capacitancia del capacitor C_e .
- El campo eléctrico en cada dieléctrico de C_e .
- La densidad superficial de carga inducida en cada dieléctrico es $C_e=120[nF]$.
- El voltaje máximo que soporta C_e sin dañarse.



✓ Resolución

a)

$$C_e = C_2 + C_3$$

$$C_2 = \frac{K_2 \epsilon_0 A_2}{d} = 80[nF]$$

$$C_3 = \frac{K_3 \epsilon_0 A_3}{d} = 40[nF]$$

$$C_e = 120[nF]$$

b)

$$C_T = \frac{C_1 C_e}{C_1 + C_e} = \frac{(60)(120)}{60 + 120} = 40 \times 10^{-9}[F]$$

$$Q_T = C_T V_{ac} = 40 \times 10^{-9}(960)$$

$$Q_T = 38.4[\mu C] = Q_{23}$$

$$V_{bc} = \frac{Q_{23}}{120[nF]} = 320[V]$$

$$E_2 = E_3 = \frac{V_{bc}}{d}$$

$$E_2 = 722.35 \left[\frac{kV}{m} \right]$$

c)

$$\text{Si } \sigma_i = \chi \epsilon_0 E$$

$$\sigma_{i2} = \chi_2 \epsilon_0 E_2$$

$$\sigma_{i2} = 44.75 \left[\frac{\mu C}{m^2} \right]$$

$$\sigma_{i3} = \chi_3 \epsilon_0 E_3$$

$$\sigma_{i3} = 12.79 \left[\frac{\mu C}{m^2} \right]$$

d)

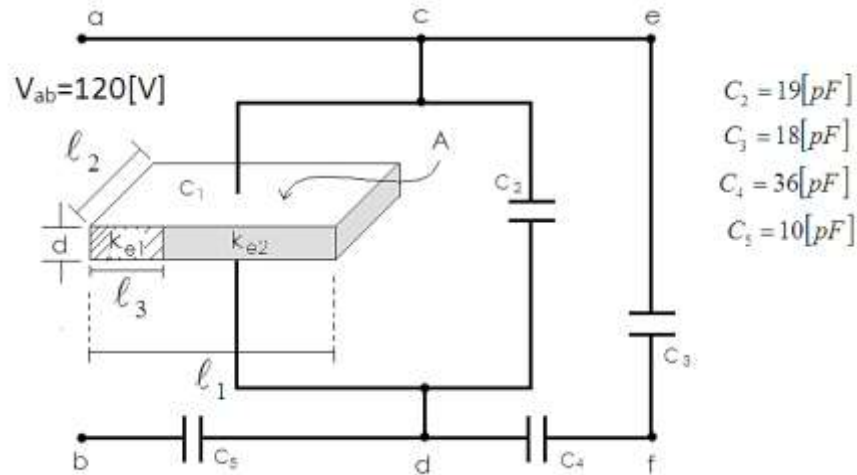
$$V_{bc2,max} = E_{R2} d = 886[V]$$

$$V_{bc3,max} = E_{R3} d = 1772[V]$$

$$V_{bc,max} = 886[V]$$

Problema 5

Para el arreglo de capacitores propuesto, se sabe que el capacitor C_1 es de placas planas y paralelas ($K_{e1}=4$, $K_{e2}=6$, $l_1=12[\text{cm}]$, $l_2=4[\text{cm}]$, $l_3=3\text{cm}$, $d=0.008[\text{m}]$), $C_2=19[\text{pF}]$, $C_3=18[\text{pF}]$, $C_4=36[\text{pF}]$ y $C_5=10[\text{pF}]$). Si se aplica una diferencia de potencial $V_{ab}=120[\text{V}]$. Determine:



- La capacitancia del capacitor de placas planas y paralelas C_1 .
- El capacitor equivalente entre los puntos a y b, es decir, C_{ab} .
- El voltaje en el capacitor C_3 , es decir V_{ef} .
- La carga Q_{12} , en el capacitor C_{12} equivalente a los capacitores C_1 y C_2 .
- La energía almacenada en el capacitor C_1 , es decir U_1 .

✓ Resolución

a)

$$C'_1 = \frac{k_{e1}\epsilon_0 A}{d}$$

$$C'_1 = \frac{4(8.85 \times 10^{-12})(4 \times 10^{-2})(3 \times 10^{-2})}{8 \times 10^{-3}}$$

$$C''_1 = \frac{k_{e2}\epsilon_0 A}{d}$$

$$C''_1 = \frac{6(8.85 \times 10^{-12})(4 \times 10^{-2})(9 \times 10^{-2})}{8 \times 10^{-3}}$$

$$C''_1 = 23.895 \times 10^{-12} [\text{F}]$$

$$\therefore C_1 = C'_1 + C''_1$$

$$C_1 = (5.31 + 23.895) \times 10^{-12}$$

$$C_1 = 29.205 \times 10^{-12} [\text{F}]$$

b)

Para la capacitancia equivalente C_{AB}

$$\frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{36} \right) \times 10^{-12}$$

$$C_{34} = \left(\frac{648}{54} \right) \times 10^{-12} = 12 [\text{pF}]$$

$$C_{12} = C_1 + C_2 = (29.2 + 19) \times 10^{-12}$$

$$C_{12} = 48.2 [\text{pF}]$$

$$C_6 = C_{12} + C_{34} = (12 + 48.2) \times 10^{-12}$$

$$C_6 = 60.2 [\text{pF}]$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_5} = \frac{1}{60.2} + \frac{1}{10} = \frac{70.2}{60.2}$$

$$C = 8.575 [\text{pF}]$$

c)

Para el voltaje en el capacitor C_3

$$V = \frac{Q}{C}; \quad V_3 = \frac{Q_3}{C_3}$$

$$Q_T = C_T V_T = (8.575 \times 10^{-12})(120)$$

$$Q_T = 1.029 \times 10^{-9} [C]; \quad Q_T = Q_5$$

$$V_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{1.029 \times 10^{-9}}{10 \times 10^{-12}}$$

$$V_5 = 102.9 [V]$$

$$V_{cd} = V_{ed} = 120 - 102.9 [V] = 17.1 [V]$$

$$\begin{aligned} Q_{34} = Q_3 = Q_4 &= C_{34} V_{ed} \\ &= (12 \times 10^{-12})(17.1) \\ &= 2.052 \times 10^{-10} [C] \end{aligned}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C_3} = \frac{2.052 \times 10^{-10}}{18 \times 10^{-12}} = 11.4 [V]$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{2.052 \times 10^{-10}}{36 \times 10^{-12}} = 5.7 [V]$$

$$V_{cd} = 17.1 [V] = V_1 = V_2$$

d)

$$C_{12} = 48.2 \times 10^{-12} [F]$$

$$Q_{12} = C_{12} V_{cd}$$

$$Q_{12} = (48.2 \times 10^{-12})(17.1)$$

$$Q_{12} = 824.22 \times 10^{-12} [C]$$

e)

Para calcular la energía en C_1

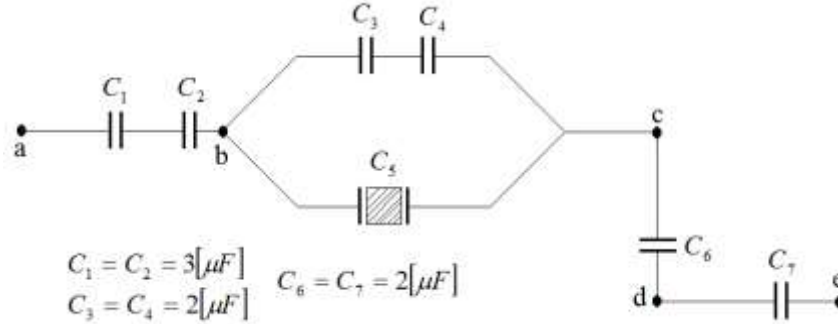
$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$$

$$U_1 = \frac{1}{2} (29.205 \times 10^{-12})(17.1)^2$$

$$U_1 = 4.269 \times 10^{-9} [J]$$

Problema 6

Para la red de capacitores que se ilustra en la figura, la diferencia de potencial $V_{ac}=12[V]$. Se sabe también, que el capacitor C_5 está constituido por dos placas planas separadas por un dieléctrico de $K=100$ y espesor $d=0.885[mm]$. Determine:



- Determinar el valor de C_5 .
- El área de la placa y carga almacenada por el arreglo si el capacitor equivalente $C_{ac}=1[\mu F]$.
- La diferencia de potencial en el capacitor C_4 .
- La magnitud del campo eléctrico en C_5 .
- La energía almacenada en la conexión si se aplica $V_{ac}=20[V]$

✓ Resolución

- a)** Para determinar C_5 :

$$C_{eq1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 1.5 [\mu F]$$

$$C_{eq2} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = 1 [\mu F]$$

$$C_{eq3} = C_{eq2} + C_5$$

$$\frac{1}{C_{eqT}} = \frac{1}{C_{eq1}} + \frac{1}{C_{eq3}}$$

$$\frac{1}{C_{eq3}} = \frac{1}{C_{eqT}} - \frac{1}{C_{eq1}} = 0.333 [\mu F]$$

$$C_{eq3} = 3 [\mu F]$$

$$\therefore C_5 = C_{eq3} - C_{eq2} = 3 - 1 = 2 [\mu F]$$

- b)** A_5 para que $C_{ac}=1[\mu F]$

$$A_5 = \frac{C_5 d}{k_5 \epsilon_0} = \frac{(2 \times 10^{-6})(8.85 \times 10^{-4})}{(100)(8.85 \times 10^{-12})}$$

$$A_5 = 2 [m^2]$$

$$Q_T = C_{eq} V_{ac} = (1 \times 10^{-6})(12)$$

$$Q_T = 12 \times 10^{-6} [C]$$

- c)**

$$V_{ab} = \frac{1.2 \times 10^{-5}}{1.5 \times 10^{-6}} = 8 [V]$$

$$Q_4 = (1 \times 10^{-6})(4) = 4 \times 10^{-6} [C]$$

$$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{4 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} = 2 [V]$$

- d)**

$$E_5 = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{q_5}{k_3 \epsilon_0 A}$$

$$Q_5 = (2 \times 10^{-6})(4) = 8 \times 10^{-6} [C]$$

$$E_5 = \frac{8 \times 10^{-6}}{100(8.85 \times 10^{-12})(2)} = \frac{8 \times 10^{-6}}{1.77 \times 10^{-9}}$$

$$E_5 = 4519.77 \left[\frac{N}{C} \right]$$

- e)**

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} V_{ae}^2$$

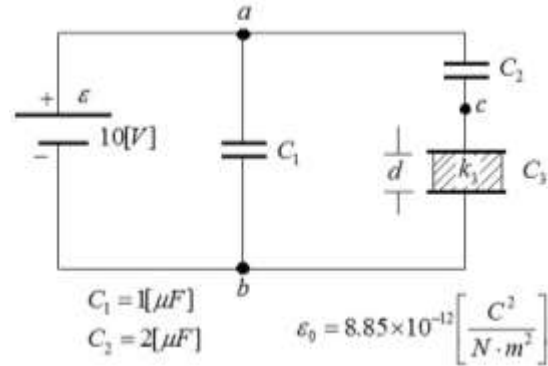
$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_{ac}} + \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_7} \right)^{-1} = 0.5 [\mu F]$$

$$U = \frac{1}{2} (0.5 \times 10^{-6})(20)^2 = 100 \times 10^{-6} [J]$$

Problema 7

En el arreglo de la figura, el capacitor C_3 está constituido por dos placas planas separadas por un dieléctrico de $k_3=100$ y espesor de $0.885[\text{mm}]$. Si la carga almacenada en C_2 es de $1 \times 10^{-5} [\text{C}]$. Determine:

- El valor de C_3 .
- El área de las placas del capacitor C_3 para que el capacitor equivalente sea $C_{ab}=2[\mu\text{F}]$.
- El campo eléctrico en el dieléctrico del capacitor C_3 .
- La diferencia de potencial en cada capacitor.
- La energía almacenada en el arreglo.



✓ Resolución

a)

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{1 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-6}} = 5[\text{V}] = V_3$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{V_3} = \frac{Q_2}{V_3} = \frac{1 \times 10^{-5}}{5}$$

$$C_3 = 2 \times 10^{-6}[\text{F}]$$

b)

$$C_3 = \frac{k_3 A \epsilon_0}{d} \Rightarrow A = \frac{C_3 d}{k_3 \epsilon_0}$$

$$A = \frac{(2 \times 10^{-6})(0.885 \times 10^{-3})}{(100)(8.85 \times 10^{-12})}$$

$$A = 2[\text{m}^2]$$

c)

$$E = \frac{\sigma}{k_3 \epsilon_0} = \frac{q_3}{k_3 \epsilon_0 A_3}$$

$$E = \frac{1 \times 10^{-5}}{(100)(8.85 \times 10^{-12})(2)}$$

$$E = 5.65 \times 10^3 \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

d)

$$\epsilon = V_{ab} = V_1 = V_{23}$$

$$V_{C1} = 10 [\text{V}], \text{ como } C_2 = C_3 \Rightarrow q_1 = q_3$$

$$\therefore V_{C2} = V_{C3} = 5[\text{V}]$$

e)

$$C_{eqab} = 2[\mu\text{F}]$$

$$V_{ab} = 10[\text{V}] \Rightarrow U = \frac{1}{2} C_{eqab} V_{ab}^2$$

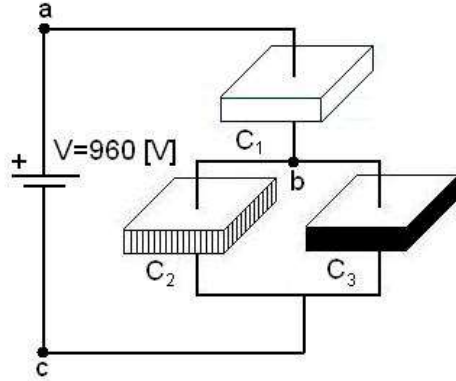
$$U = \frac{1}{2} (2 \times 10^{-6})(10^2)$$

$$U = 100 \times 10^{-6}[\text{J}]$$

Problema 8

En el arreglo de la figura se muestran tres capacitores de placas planas y paralelas, $C_1=60[\text{nF}]$ tiene aire entre sus placas y cumple con el siguiente modelo matemático que se obtuvo en el laboratorio $C_1 = (1.818 \times 10^{-12}) / (d_1) [\text{F}]$. C_2 tiene entre sus placas un dieléctrico de permitividad relativa $k_{e2}=8$, espesor $d_2=0.443 [\text{mm}]$ y el área de las placas $A_2=0.501 [\text{m}^2]$, C_3 tiene entre sus placas un dieléctrico de susceptibilidad $\chi_{e3}=2$, espesor $d_3=0.443 [\text{mm}]$ y área de las placas $A_3=0.667 [\text{m}^2]$. Determine:

- El área de las placas del capacitor 1.
- La capacitancia del capacitor equivalente C_{bc} .
- La carga almacenada por el capacitor C_2 .
- La magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico del capacitor 3.
- La densidad superficial de carga inducida en el dieléctrico de C_2 .



✓ Resolución

a)

$$C_1 = m \frac{1}{d_1} = \epsilon_0 \frac{A}{d} [\text{F}]$$

donde m = pendiente

$$A = \frac{m}{\epsilon_0} = \frac{1.818 \times 10^{-12}}{8.85 \times 10^{-12}}$$

$$A = 0.2054 [\text{m}^2]$$

b)

$$C_{bc} = C_2 + C_3$$

$$C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 A_2}{d} = \frac{(8)(8.85 \times 10^{-12})(0.501)}{0.443 \times 10^{-3}}$$

$$C_2 = 8 \times 10^{-8} = 80 [\text{nF}]$$

$$C_3 = \frac{k_3 \epsilon_0 A_3}{d} = \frac{(\chi_3 + 1) \epsilon_0 A_3}{d}$$

$$C_3 = \frac{(2 + 1)(8.85 \times 10^{-12})(0.667)}{0.443 \times 10^{-3}} = 40 [\text{nF}]$$

$$C_{bc} = 80 + 40 = 120 [\text{nF}]$$

c)

$$C_{ac} = \frac{C_1 * C_{bc}}{C_1 + C_{bc}} = \frac{60(120)}{60 + 120} = 40 [\text{nF}]$$

$$Q_{ac} = C_{ac} V_{ac} = (40 \times 10^{-9})(960) = 38.4 [\mu\text{C}] = Q_{bc}$$

$$V_{bc} = \frac{Q_{bc}}{C_{cb}} = \frac{38.4 \times 10^{-6}}{120 \times 10^{-9}} = 320 [\text{V}]$$

$$V_{bc} = V_2 = V_3$$

$$Q_2 = C_2 V_2 = (80 \times 10^{-9})(320)$$

$$Q_2 = 25.6 \times 10^{-6} [\text{C}] = 25.6 [\mu\text{F}]$$

d)

$$E_3 = \frac{V_{bc}}{d} = \frac{320}{0.443 \times 10^{-3}}$$

$$E_3 = 722 \times 10^3 = 722.35 \left[\frac{\text{kV}}{\text{m}} \right]$$

e)

$$\sigma_{i2} = \chi_2 \epsilon_0 E_2 = (k_2 - 1) \epsilon_0 E_3$$

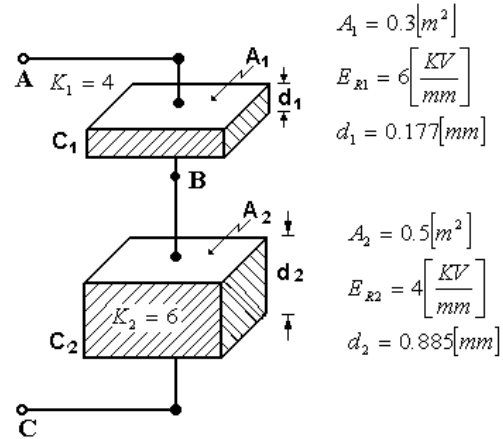
$$\sigma_{i2} = (8 - 1)(8.85 \times 10^{-12})(7.22 \times 10^5)$$

$$\sigma_{i2} = 4.473 \times 10^{-5} = 44.73 \left[\frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

Problema 9

Dos capacitores de placas planas se conectan en serie a una diferencia de potencial V_{AC} , como se indica en la figura. Determine:

- La capacitancia de cada capacitor.
- La densidad superficial de carga inducida en el dieléctrico de C_1 si $C_1=60[nF]$, $C_2=30[nF]$ y $V_{AC}=210[V]$.
- La energía almacenada por C_2 . Use los datos del inciso anterior.
- El máximo voltaje V_{AC} que se pueda aplicar al arreglo sin dañar ningún capacitor.



✓ Resolución

a)

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_0 A_1}{d_1} = \frac{(4)(8.85 \times 10^{-12})(0.3)}{0.177 \times 10^{-3}}$$

$$C_1 = 60[nF]$$

$$C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 A_2}{d_2} = \frac{(6)(8.85 \times 10^{-12})(0.5)}{0.885 \times 10^{-3}}$$

$$C_2 = 30[nF]$$

b)

$$Q_T = C_{eq} V_{AC}; \quad C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 20[nF]$$

$$C_{eq} = 20[nF]; \quad Q_T = Q_1 = 4.2[\mu C]$$

$$V_{AB} = \frac{Q_T}{C_1} = 70[V]$$

$$\chi = k - 1; \quad \sigma_i = \chi \epsilon_0 E = \chi \epsilon_0 \frac{V_{ab}}{d_1}$$

$$\sigma_i = 10.5 \left[\frac{\mu C}{m^2} \right]$$

c)

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_{AB}^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} (30 \times 10^{-9})(140)^2$$

$$U_2 = 294[\mu J]$$

d)

$$V_{AB,max} = E_{R1} d_1 = 1062[V]$$

$$V_{CB,max} = E_{R2} d_2 = 3540[V]$$

$$Q_1 = Q_2 = C_{AB} V_{AB \text{ máx}}$$

Si

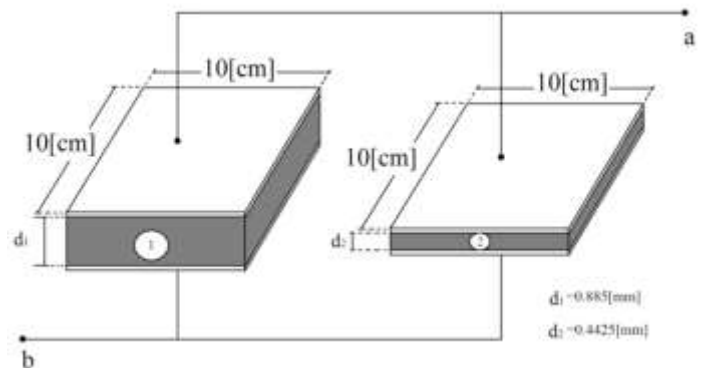
$$V_{AB} = 1062[V] \text{ implica } V_{cb} = 2124[V]$$

$$\therefore V_{AC} = 3186[V]$$

Problema 10

En el arreglo de capacitores de la figura se tiene que: $k_1=2$, $k_2=4$, $\sigma_1=2[\mu\text{C}/\text{m}^2]$, $\sigma_2=8[\mu\text{C}/\text{m}^2]$, $d_1=0.885[\text{mm}]$ y $d_2=0.4425[\text{mm}]$. Con base en dicha información. Determine:

- El capacitor equivalente.
- El campo eléctrico en el dieléctrico 2.
- La diferencia de potencial V_{ab} .
- La densidad superficial de carga inducida en el dieléctrico 1.



✓ Resolución

a)

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_1 A_1}{d_1}$$

$$C_1 = \frac{2(8.85 \times 10^{-12})(10 \times 10^{-3})}{0.885 \times 10^{-3}}$$

$$C_1 = 200[\text{pF}]$$

$$C_2 = \frac{k_2 \epsilon_2 A_2}{d_2}$$

$$C_2 = \frac{4(8.85 \times 10^{-12})(10 \times 10^{-3})}{0.4425 \times 10^{-3}}$$

$$C_2 = 800[\text{pF}]$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 200 + 800$$

$$C_{eq} = 1000[\text{pF}] = 1[\text{nF}]$$

b)

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{k_2 \epsilon_2} = \frac{8 \times 10^{-6}}{4(8.85 \times 10^{-12})}$$

$$E_2 = 225.99 \times 10^3 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

c)

$$V_{ab} = E_2 d_2 = (225.99 \times 10^3)(0.4425 \times 10^{-3})$$

$$V_{ab} = 100 [\text{V}]$$

d)

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{k_1 \epsilon_1} = \frac{2 \times 10^{-6}}{2(8.85 \times 10^{-12})}$$

$$E_1 = 112.99 \times 10^3 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$\sigma_{i1} = \chi_1 \epsilon_0 E_1; \quad \chi_1 = k_1 - 1$$

$$\sigma_{i1} = (2 - 1)(8.85 \times 10^{-12})(112.99 \times 10^3)$$

$$\sigma_{i1} = 1 \left[\frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$