Problema 1

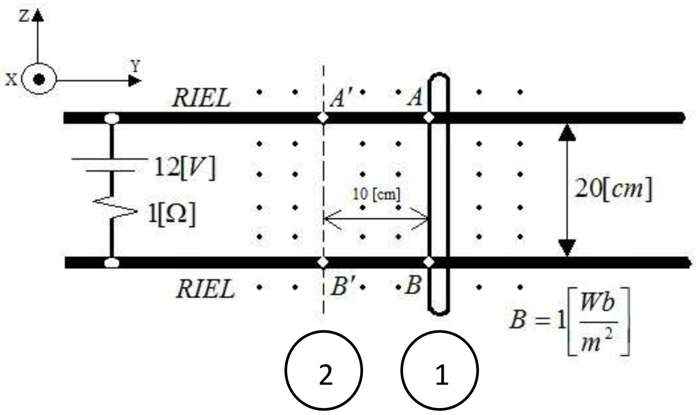
Una barra AB, con una resistencia especifica de $1[\frac{\Omega}{m}]$, se encuentra sobre dos rieles de resistencia despreciable que están conectados a una diferencia de potencial de 12[V] como se muestra en la figura. Si el sistema se encuentra en un campo magnético de 1[Wb/m²] perpendicular al plano que forma el circuito, determine:

a) La corriente que circula en la barra.

b) La magnitud y sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la barra.

c) El trabajo necesario para mover la barra de la posición 1 a la posición 2 despreciando la fuerza de fricción entre la barra y los rieles.

d) En qué dirección debe estar el campo magnético, para que la barra trate de elevarse (hacia la derecha).



✓ **Resolución:**

a)

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12[V]}{1 + 0.2}$$

$$\boldsymbol{I = 10[A]}$$

b)

$$\boldsymbol{\bar{F} = I\bar{\ell} \times \bar{B}}$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_{AB} = I\ell_{AB}(-\hat{k}) \times B\hat{\imath}}$$

$$F = \mathrm{Bllsen}\theta$$

$$F = \left(1\left[\frac{Wb}{m^2}\right]\right)(10[A])\ (0.2[m])$$

$$\boldsymbol{F = 2[\mathrm{N}]\ \ Hacia\ la\ izquierda}$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_{AB} = 10\begin{bmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -0.2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}[N]}$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_{AB} = 10\ [\hat{\imath}(0) - \hat{\jmath}(0.2) + \hat{k}(0)]}$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_{AB} = -2\hat{\jmath}[N]}$$

c)

$${}_1W_2 = \bar{\mathrm{F}} \cdot \bar{\mathrm{d}}_{12}$$

$${}_1W_2 = -2\hat{\jmath}[N] \cdot (-0.1\hat{\jmath})[m]$$

$${}_1W_2 = 0.2[\mathrm{J}]$$

d)

En dirección j

Problema 2

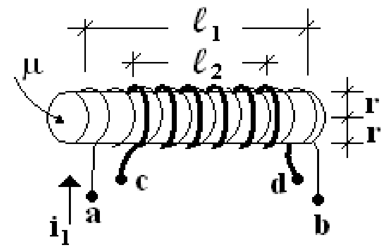
En la figura se muestran dos solenoides enrollados sobre un mismo núcleo ferromagnético ($\mu=10^3\mu_0$) con las dimensiones indicadas. Si la corriente i_1 varía como se indica en la gráfica, determine:

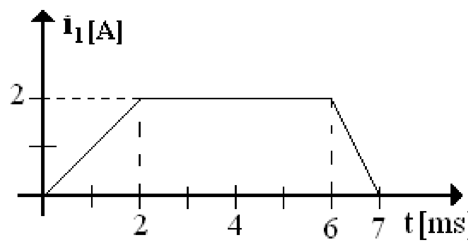
a) La autoinductancia de cada solenoide.

b) La inductancia mutua del arreglo.

c) La diferencia de potencial V_{cd} en $t=6.5$[ms]. Indique qué punto está a mayor potencial ¿"c" o "d"?

d) El inductor equivalente entre "a" y "c" si se conecta el nodo "b" con el "d"; es decir L_{ac}.





r =1.2 [cm]
l_1= 30 [cm], N_1 = 400 vueltas
l_2= 22 [cm], N_2 = 200 vueltas

✓ **Resolución:**

a) $L_1 = \dfrac{\mu N_1^2 A}{\ell_1} = \dfrac{10^3 \mu_0 N_1^2 \pi r^2}{\ell_1}$

$$L_1 = \frac{10^3\left(4\pi x10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(400^2)\pi(0.012[m])^2}{0.3[m]}$$

$L_1 = \mathbf{0.3032[H]}$

$$L_2 = \frac{\mu N_2^2 A}{\ell_2} = \frac{10^3 \mu_0 N_2^2 \pi r^2}{\ell_2}$$

$$L_2 = \frac{10^3\left(4\pi x10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(200^2)\pi(0.012[m])^2}{0.22[m]}$$

$L_2 = \mathbf{0.1034[H]}$

b)

$$M = \frac{N_2\varphi_{21}}{i_1} = \frac{\mu N_1 N_2 A}{\ell_1} = \frac{10^3\mu_0 N_1 N_2 \pi r^2}{\ell_1}$$

$$M = \frac{10^3\left(4\pi x10^{-7}\left[\frac{Wb}{A\cdot m}\right]\right)(400)(200)\pi(0.012[m])^2}{0.3[m]}$$

$M = \mathbf{0.1516[H]}$

c)

$$|V_{cd}| = |\varepsilon_{cd}| = \left|-M\frac{di_1}{dt}\right|$$

$$|V_{cd}| = \left|-M\frac{d}{dt}\left[-\frac{2[A]}{0.001[s]}t + b\right]\right|$$

$$|V_{cd}| = |-(0.1516[H])|(-2000)\left[\frac{A}{s}\right]$$

$|V_{cd}| = \mathbf{303.2[V]}$

De acuerdo con el principio de Lenz $V_c < V_d$ por lo tanto V_{cd} =-303.2 [V] "d" está a mayor potencial

$$L_{ac} = L_1 + L_2 - 2M$$

d) Los flujos magnéticos de L_1 y L_2 son opuestos, por lo tanto:

$$L_{ac} = 0.3032[H] + 0.1034[H] - 2(0.1516[H])$$

$$L_{ac} = \mathbf{0.1034}[\boldsymbol{H}]$$

Problema 3

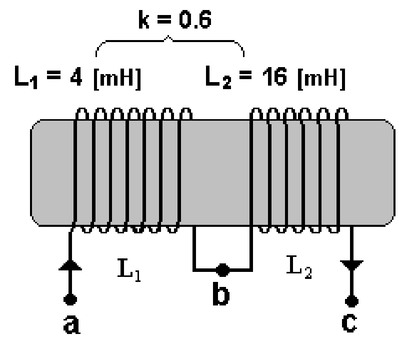
La figura muestra dos devanados sobre el mismo núcleo. Determine:

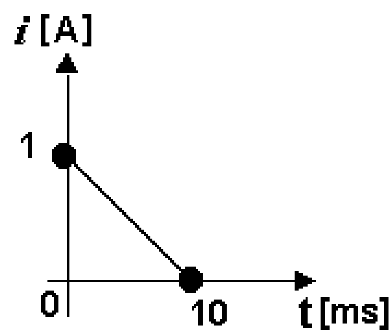
a) La representación simbólica del arreglo incluyendo marcas de polaridad.

b) La inductancia mutua.

c) La inductancia equivalente entre los puntos a y c.

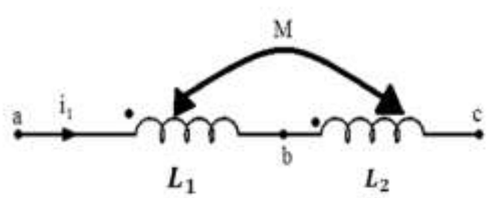
d) La diferencia de potencial V_{ac}, si i(t) varía como se muestra en la gráfica, en el intervalo $0 \leq (t) \leq 10$[ms].





- ✓ **Resolución:**

a) La representación simbólica equivalente es:



b) Sabemos que:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}$$

$$M = 0.6\sqrt{(4x10^{-3})(16x10^{-3})}$$

$$\boldsymbol{M = 4.8x10^{-3}[H]}$$

c) Como L_1 y L_2 están conectados en serie con flujos en el mismo sentido se tiene:

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M = 4 + 16 + 2(4.8)$$

$$\boldsymbol{L_{eq} = 29.6x10^{-3}[H]}$$

d)

$$|\varepsilon_i| = \left|-L_{eq}\frac{di}{dt}\right| = \left|\frac{-29.6x10^{-3}(1-0)}{(0-10x10^{-3})}\right|$$

$$|\varepsilon_i| = |2.96[V]|$$

Con el principio de Lenz; $V_a < V_c \therefore V_c < 0$

$$\boldsymbol{V_{ac} = -2.96[V]}$$

Problema 4

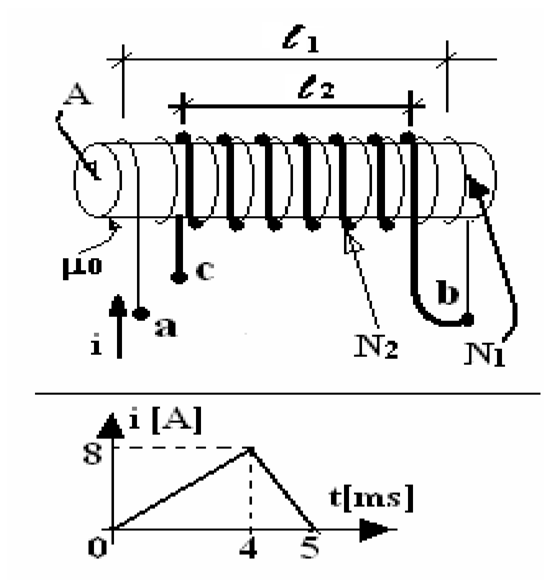
En la figura se muestran dos solenoides largos enrollados sobre el mismo núcleo de permeabilidad $\mu \approx \mu_0$ y área A=3$[cm^2]$. El solenoide 1 tiene N_1=4000 [vueltas] y una longitud l_1=6π [cm], el solenoide 2 tiene N_2=2000 [vueltas] y una longitud l_2=4π [cm]. Si los solenoides se conectan como se indica, determine:

a) La inductancia propia del solenoide 1

b) La inductancia mutua.

c) La diferencia de potencial V_{ac} para t=3[ms] si la corriente i varía como se muestra en la gráfica.

d) La diferencia de potencial V_{bc} para t= 3[ms] si la corriente i varía como se muestra en la gráfica.



✓ **Resolución:**

a) $L_1 = \frac{\mu_0 N_1^2 A}{\ell_1}$

Sustituyendo valores:

$$L_1 = \frac{4\pi x 10^{-7}(4000)^2(3x10^{-4})}{6\pi x 10^{-2}}$$

$$L_1 = 2x10^{-9}(4000)^2 \Rightarrow \boldsymbol{L_1 = 32[mH]}$$

b)

M $= \frac{\mu_0 N_1 N_1 A}{\boldsymbol{\ell_1}}$**;** Sustituyendo valores:

$$M = \frac{4\pi x 10^{-7}(4000)(2000)(3x10^{-4})}{6\pi x 10^{-2}}$$

$$M = 2x10^{-9}(8x16^2) \Rightarrow \boldsymbol{M = 16[mH]}$$

c)

$V_{ac} = L_e \frac{di(t)}{dt}$; donde : $L_e = L_{1+}L_{2+}2M$

Donde L_1 y M se han calculado y L_2;

$$L_2 = \frac{\mu_0 N_2^2 A}{\ell_2} = 12[mH]$$

Sustituyendo:

L_e = 32 +12 + 2 (16) = 76[mH];

Para t = 3 [ms]

$$\frac{di(t)}{dt} = 2X10^3 \left[\frac{A}{S}\right]:$$

$V_{ac} = (76x10^{-3})(2x10^3)$

$\boldsymbol{V_{ac} = 152[V]}$

d)

$$V_{bc}(t) = (L_2 + M)\frac{di(t)}{dt}$$

Donde $L_2 + M = 12 + 16 = 28[mH]$;

Para t = 3 [ms]

$$\boldsymbol{V_{bc} = (28x10^{-3})(2x10^3) = 56[V]}$$

Problema 5

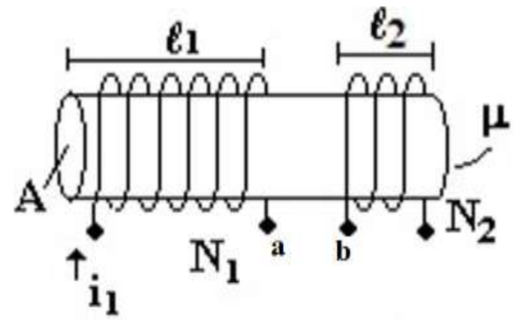
Se tiene el arreglo mostrado en la figura. Con la información proporcionada, determine:

a) La inductancia propia del solenoide 2.

b) El número de vueltas del solenoide 1.

c) La inductancia mutua entre ambos solenoides.

d) El inductor equivalente si se conectan los puntos a y b.



$$\mu = 10\mu_0$$
$$\ell_1 = 15[cm]$$
$$\ell_2 = 2[in]$$
$$N_2 = 280[cm]$$
$$A = 0.8[m^2]$$
$$L_1 = 40[H]$$
$$k = 1$$

- ✓ **Resolución:**

a)

$$L_2 = \frac{\mu(N_2^2)A}{\ell_2}$$

$$L_2 = 10\,\frac{4\pi x10^{-7}(280)^2(0.8)}{0.0508}$$

L_2=15.515[H]

b)

$$L_1 = \frac{\mu(N_1^2)A}{\ell_1}\ ; \quad N_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 L_1}{\mu A}}$$

$$N_1 = \sqrt{\frac{(0.15)(40)}{10(4\pi x10^{-7})(0.8)}}$$

N_1= 772.5[vueltas]

c)

$$M = K\sqrt{L_1L_2}$$
$$M = 1\sqrt{(40)(15.515)}$$
$$\boldsymbol{M = 24.91[H]}$$

d)

Al estar en serie y con los flujos magnéticos en el mismo sentido.

$$L_{eq} = L_{1+}L_{2+}2M$$
$$L_{eq} = 40 + 15.515 + 2(24.91)$$
$$\boldsymbol{L_{eq} = 105.335[H]}$$

Problema 6

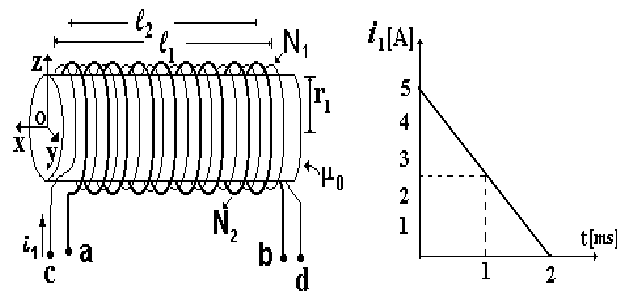
En la figura se muestran dos solenoides, largos, superpuestos y de espiras apretadas sobre un núcleo de aire de radio r_1=2[cm]. El solenoide 1 tiene 2000 [vueltas] y una longitud l_1=30 [cm], el solenoide 2 tiene 800 [vueltas] y una longitud l_2=20 [cm]. Determine:

a) El campo magnético en el punto O, origen del sistema de referencia, si por el solenoide 1 circula una corriente de 5[A] que entra por la terminal "c".

b) La fuerza electromotriz autoinducida entre las terminales "cd" (ε_{cd}) en el solenoide 1, si este inductor tiene una inductancia propia de 21.1 [mH] y su corriente i_1 varía como muestra la figura.

c) La inductancia mutua entre los solenoides si L_2=5.05 [mH] y el factor de acoplamiento.

d) La diferencia de potencial V_{ab}, para el intervalo $0 \le t \le 2[ms]$, indique que terminal, "a" o "b" tiene mayor potencial eléctrico.



✓ **Resolución:**

a) El vector campo magnético en "O".

$$\bar{B}_{01} = \frac{\mu_0 N_1 i_1}{2l_1}\hat{\imath} = \frac{(4\pi x 10^{-7})(2000)(5)}{2(0.30)}\hat{\imath}$$

$$\bar{\boldsymbol{B}}_{\boldsymbol{P1}} = \boldsymbol{20.94\hat{\imath}[mT]}$$

b) La fuerza electromotriz en las terminales "cd".

$$|\varepsilon_{cd}| = \left|-L_1\left|\frac{di_1}{dt}\right|\right|$$

$$|\varepsilon_{cd}| = \left|-21.1x10^{-3}\left|\frac{-5}{2x10^{-3}}\right|\right|$$

$$|\boldsymbol{\varepsilon_{cd}}| = |\boldsymbol{-52.75[V]}|$$

Y con el principio de Lenz $V_c < V_d$

$$\therefore \boldsymbol{\varepsilon_{cd} = -52.75[V]}$$

c) La inductancia mutua y el factor de acoplamiento.

$$M = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{\ell_1}A$$

$$\boldsymbol{M = 8.42[mH]}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$\boldsymbol{k = 0.816}$$

d) La diferencia de potencial V_{ab}.

$$|V_{ab}| = \left|-M\frac{di_1}{dt}\right| = -8.42x10^{-3}\frac{-5}{2x10^{-3}}$$

$$\boldsymbol{V_{ab} = -21.05[V]}$$

De acuerdo con el principio de Lenz, Vb> Va; por lo tanto, el potencial eléctrico en el punto "b" es mayor que el potencial eléctrico en el punto "a".

Problema 7

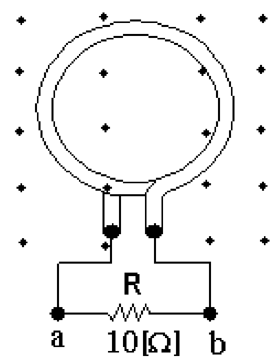
Una bobina de 10 espiras y radio de 10[cm] se encuentra dentro de una región de campo magnético uniforme, pero variable en el tiempo, según la relación $B = \ (6t^2 + 6t + 6)\ \times 10^3[T]$, en donde "t" está en segundos. Con base en ello determine para el instante t=2[s]:

a) El flujo magnético a través de la bobina.

b) La diferencia de potencial Vab.

c) Si en el mismo instante se conecta el resistor R a las terminales "a" y "b"; despreciando la resistencia de la bobina, calcule el valor de la intensidad de corriente.

d) Indique en un diagrama el sentido de la corriente en el resistor R.



✓ **Resolución:**

a)

$\varphi = BA$

$\varphi|_{t=2} = (6t^2 + 6t + 6) \times 10^{-3}(\pi)(0.1)^2$

$\varphi = (42) \times 10^{-3}(\pi)(0.1)^2$

$\boldsymbol{\varphi = 1.319x10^{-3}[Wb]}$

b)

$|V_{ab}| = \left|-N\frac{d\varphi}{dt}\right|$

$V_{ab} = -10(\pi)(0.1)^2\frac{d}{dt}(6t^2 + 6t + 6) \times 10^{-3}$

$V_{ab}|_{t=2} = -\pi \times 10^{-4}\frac{d}{dt}(6t^2 + 6t + 6)$

$V_{ab}|_{t=2} = -6\,\pi \times 10^{-4}(2t + 1)$

Evaluando para t=2[s]

$|V_{ab}| = |-6\,\pi \times 10^{-4}(2(2) + 1)|$

$|V_{ab}| = |9.425[mV]|$

Con el principio de Lenz $V_b < V_a$

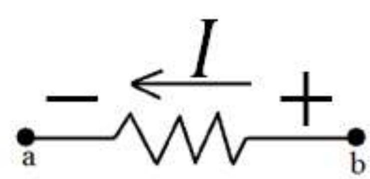
$\therefore V_{ab} = -9.425[mV]$

c)

$I = \frac{V}{R} = \frac{9.425[mV]}{10[\Omega]}$

$I = 0.9425[A]$

d)



Problema 8

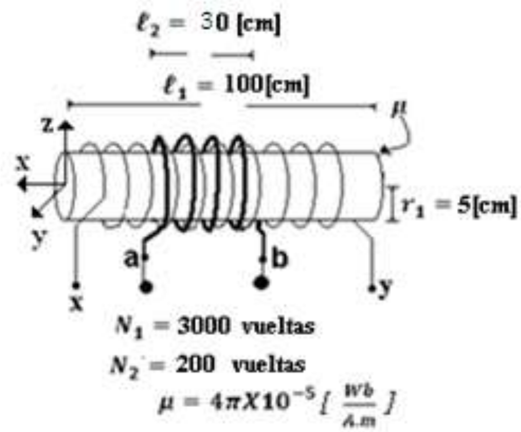
Sobre un solenoide (1) de espiras apretadas, se embobina otro solenoide (2) sobre la parte central del primero. El núcleo de los embobinados es de material ferromagnético. Con los datos de la figura obtenga:

a) La inductancia propia del solenoide (1).

b) La inductancia mutua entre los solenoides.

c) El factor de acoplamiento magnético entre los solenoides.

d) El valor del inductor entre los puntos "x" y "a" si la terminal "b" se conecta con la "y". Dibuje la representación simbólica de esta conexión empleando marcas de polaridad.



- ✓ **Resolución:**

a)

$$L_1 = \frac{N_1 \emptyset_1}{i_1} = \frac{N_1^2 \mu A}{\ell_1}$$

$$L_1 = \frac{(3000)^2(4\pi x 10^{-5})((\pi)(0.05^2))}{1}$$

$$\boldsymbol{L_1 = 8.882[H]}$$

b)

Como:

$$\emptyset_{21} = \emptyset_{11}$$

$$M_{12} = N_2 \frac{\emptyset_{21}}{L_1} = \frac{N_2 N_1 \mu A}{\ell_1}$$

$$M_{12} = \frac{(3000)(200)(4\pi x 10^{-5})(\pi(0.05^2))}{1}$$

$$\boldsymbol{M_{12} = 0.592[H]}$$

c)

$$M_{12} = k\sqrt{L_1 L_2} \Rightarrow k = \frac{M_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$L_2 = \frac{N_2^2 \mu A}{\ell_2}$$

$$L_2 = \frac{(200)^2(4\pi x 10^{-5})((\pi)(0.05^2))}{0.3}$$

$$L_2 = 0.1316[H]$$

$$k = \frac{0.592}{\sqrt{(8.88)(0.1316)}} = \frac{0.592}{1.0810217}$$

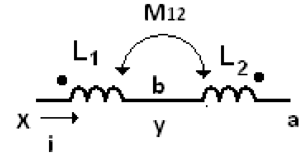
$$\boldsymbol{k = 0.5476 \Rightarrow 54.76\%}$$

d)

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M$$

$$L_{eq} = 8.882 + 0.1316 - 2(0.592)$$

$$\boldsymbol{L_{eq} = 7.8296[H]}$$



Problema 9

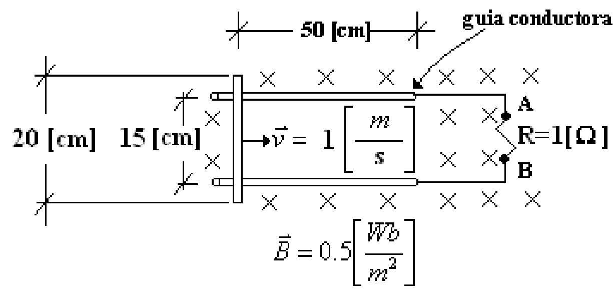
En la figura se muestra una barra (sin resistencia) de 20[cm], que se desliza sobre dos guías conductoras sin resistencia. Calcule:

a) La corriente que circula por la resistencia R y su sentido.

b) La fuerza necesaria para mantener constante la velocidad de la barra.

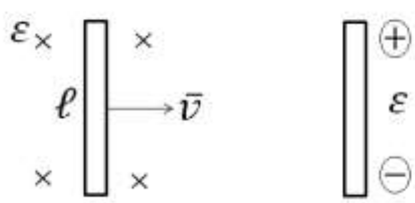
c) El trabajo realizado en transportar la barra 50[cm].

d) La energía suministrada a la resistencia R durante 0.5 [s].



✓ **Resolución:**

a)
$\varepsilon = B\ell v = 0.075[V]$
$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B\ell v}{R} = \frac{(0.5)(0.15)(1)}{1}$
$\boldsymbol{i = 75[mA]}$
El sentido de la corriente es de A hacia B a través de R, porque la barra se induce:



b)

$P_{mec} = P_{eléc}$
$P = Fv = Ri^2$

$F = \frac{Ri^2}{v} = \frac{1(0.075)}{1}$

$\boldsymbol{F = 0.00563[N]}$

c)
$\overline{F_m} = i\bar{\ell} \times \bar{B}$
$\overline{F_m} = 75 \times 10^{-3}[A]0.15[m]\hat{k} \times 0.5(-\hat{\imath})[T]$
$\bar{F} = 5.625 \times 10^{-3}(-\hat{\jmath})[N]$
La fuerza externa para equilibrar a $\overline{F_m}$ es $\bar{F}_{ext}$
$\bar{F}_{ext} = 5.625 \times 10^{-3}(-\hat{\jmath})[N]$
y
$W = 55.625 \times 10^{-3}[N] \cdot 0.5$
$\boldsymbol{W = 2.8125 \times 10^{-3}[J]}$

d)
$T = Fd = (0.0056)(0.5)$
$\boldsymbol{T = 0.0028[J]}$

Problema 10

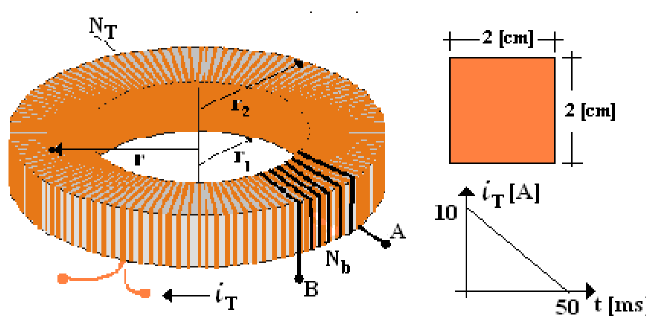
Una bobina de 100 espiras se enrolla sobre un toroide de sección transversal cuadrada de radio interior r_1=8 [cm] y radio exterior r_2 =10 [cm] y 900 vueltas. Si la corriente en el toroide varía como se indica en la gráfica, obtener:

a) El flujo magnético a través de la bobina en función de la corriente.

b) La diferencia de potencial inducida V_{AB}.

c) La magnitud de la corriente que circularía por una resistencia R=10 [Ω] conectada entre los puntos A y B. Considere que la resistencia de la bobina es r_b= 5 [Ω].

d) La autoinductancia del toroide.



✓ **Resolución:**

a)

El flujo a través de la bobina es el mismo que el flujo producido por el toroide.

$$\frac{\varphi_b}{ds} = \iint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_s B \cdot dS$$

Ya que $\alpha \measuredangle \bar{B} = 0\,; cos\alpha = 1$

$$\varphi_b = \iint_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 N i_T}{2\pi r}(e)dr$$

ya que $\bar{B}$ y $d\bar{S}$ son colineales

$$\varphi_b = \iint_s^{0.02} \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint_s B \cdot dA$$

$$\varphi_b = \iint_{r_1}^{r_2} \frac{\mu_0 N i_T}{2\pi r}(e)dr$$

$$\varphi_b = \frac{\mu_0 N i_T(e)}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{1}\right)$$

$$\varphi_b = \frac{4x10^{-7}(900)(0.02)i_T}{2} \ln\left(\frac{10}{8}\right)$$

$$\varphi_b = \frac{7.2x10^{-6} i_T}{2}(0.223)$$

$$\boldsymbol{\varphi_b = 8.033x10^{-7} i_T\,[Wb]}$$

Para $0 \leq t \leq 50[ms]$

b)

$$|V_{AB}| = \left|-N_b \frac{d\varphi_b}{dt}\right| = \left|-N_b \frac{d(8.033 \times 10^{-7})i_T}{dt}\right|$$

$$|V_{AB}| = \left|-N_b (8.033 \times 10^{-7}) \frac{di_T}{dt}\right|$$

$$|V_{AB}| = |-N_b (8.033 \times 10^{-7})(-m)|$$

donde m es la pendiente de la recta en la gráfica:

$$m = -\frac{10}{50x10^{-3}} = -200 \left[\frac{A}{s}\right]$$

Por lo tanto

$$|V_{AB}| = |-100(8.028x10^{-7})(-200)|$$

$$\boldsymbol{V_{AB} = 0.01607[V]}$$

c)

$$i_b = \frac{V_{AB}}{R_T} = \frac{0.01606}{15}$$

$$\boldsymbol{i_b = 1.07[mA]}$$

d)

$$L = \frac{\mu_0 N_T^2 (e)}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$L = \frac{4\pi x10^{-7}(900)^2(0.02)}{2\pi} \ln\left(\frac{10}{8}\right)$$

$$\boldsymbol{L = 0.722[mH]}$$