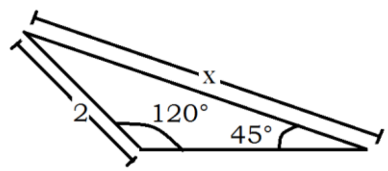
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL
Tipo D
SOLUCIÓN

30 de mayo del 2017 **Semestre 2017-2**

NOMBRE:__________________________**NO. DE CUENTA:**_______________**FIRMA:**_______________

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**.

1. Sea la figura



Determinar el valor de x.

10 puntos

2. Demostrar por inducción matemática la validez de la siguiente proposición

$$\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+...+\frac{2}{3^n}=\left(1-\frac{1}{3^n}\right), \quad \forall \ n\in\mathbb{N}$$

20 puntos

3. Sean los números complejos $z_1=e^{\frac{\pi}{4}i}$, $z_2=-1$, $z_3=-3+\sqrt{3}i$ y $z_4=\sqrt{3}e^{\frac{7}{4}\pi i}$. Obtener $z\in\mathbb{C}$, que satisfacen la siguiente ecuación

$$z^3 z_4=\frac{3(\overline{z}_2)-z_3}{z_1 i^{33}}$$

17 puntos

4. Sea el polinomio $f(x)=x^9-3x^8+x^7+x^6-4x^5+6x^4+\beta x^3$.

a) Determinar el valor de $\beta\in\mathbb{R}$, considerando que $\left(x-\sqrt{2}\right)$ es factor de $f(x)$.

b) Obtener las raíces de $f(x)$.

18 puntos

---

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x-3y-2z&=-6\\ 2x+2ky-8z&=-12\\ y+z&=k+5 \end{aligned}$$

Determinar el conjunto de valores de $k\in\mathbb{R}$ que hacen que el sistema sea

a) compatible determinado,

b) compatible indeterminado o

c) incompatible.

15 puntos

---

6. Sean

$$A=\begin{pmatrix} 3+i & 0 & -1\\ 2-i & 3 & 1\\ 3+i & 0 & -2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 2+i & 0 & -1\\ 2-i & 4 & 1\\ 3+i & 0 & -3 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1\\ 0\\ -1 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\quad y\quad E=\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$$

Determinar la matriz E que satisface la ecuación

$$\left[(A-B)^{-1}C\right]^{*}=(\det D)E$$

20 puntos