UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL (1120)
TIPO A

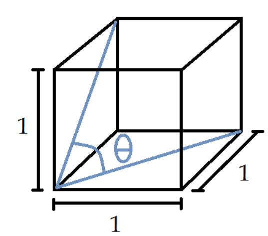
2 de junio del 2016 **Semestre 2016-2**

NOMBRE:____________________**NO. DE CUENTA:**____________**FIRMA:**____________

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**. No se permite el uso de dispositivos electrónicos.

1. Para el cubo de arista uno que se muestra en la figura, obtener el valor de

$$\tan^2\theta + 4\,sen^2\theta$$



15 puntos

2. Demostrar por el método de inducción matemática, la validez de la siguiente proposición

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{n}, \quad \forall\ n\geq 2,\, n\in \mathrm{N}$$

20 puntos

3. Obtener $z\in\mathbb{C}$, en forma binómica, que satisface la ecuación

$$\frac{ze^{-\frac{\pi}{2}i}+cis\,60^\circ\left(cis\,30^\circ\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i}=\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i\right)\left(i^{71}+\frac{z}{4}cis\,180^\circ\right)$$

15 puntos

4. Para el polinomio $p(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 8$.

Determinar:

a) Las posibilidades en que pueden presentarse las raíces de $p(x)$.
b) Las raíces del polinomio $p(x)$.

15 puntos

---

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 3y & - & z & + & 2w & = & -4 \\ 2x & - & y & - & 3z & + & 2w & = & -1 \\ x & - & 2y & - & z & + & 3w & = & 8 \\ x & + & y & - & z & + & 3w & = & 2 \end{array}$$

Determinar el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales.
Mencionar el tipo de sistema que es de acuerdo con su solución.

20 puntos

---

6. Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$ABX - \left(\frac{1}{297} \det(AB)\, trC^T \right) D = XC^T$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \;\; y \;\; D = diag\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

15 puntos