UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS
SECCIÓN DE ÁLGEBRA
PRIMER EXAMEN FINAL COLEGIADO
TIPO A

28 de Mayo de 2019 **Semestre 2019-2**

NOMBRE:____________________ **NO. DE CUENTA:**_______________ **FIRMA:**_______________

INSTRUCCIONES: Leer cuidadosamente los enunciados de los **6 reactivos** que componen el examen antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**. **No se permite el uso de calculadora**.

---

1. Obtenga el valor o los valores de $x \in [\ 0^o,\ 360^o\ )$ que satisfacen la siguiente ecuación

$$\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = -\cos\frac{x}{2}$$

15 puntos

---

2. Demuestre por el método de inducción matemática la validez de la proposición

$$P(n):\ 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \ldots + \frac{1}{7^{n-1}} = \frac{7}{6}\left(1 - \frac{1}{7^n}\right);\ \ \forall\ n \in \mathbb{N}$$

15 puntos

---

3. Sean $z_1 = \overline{6\,cis\,270°}$, $z_2 = 3\,cis\,240°$ y $z_3 = -3e^{\frac{5\pi}{6}i}$.
Obtenga los valores de $x \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación

$$z_1 x^2 z_2 = -z_1(z_1 - z_3 - 6i)$$

20 puntos

---

4. Sea el polinomio $p(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2 - 2x - 2$.

Considerando que p(i) = 0, exprese a p(x) como el producto de sus factores lineales.

15 puntos

5. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$A:\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 4y + z = m \end{cases}$$

Determine el conjunto de valores de $m \in \mathbb{R}$ para que el sistema A sea:

a) compatible determinado.
b) compatible indeterminado.
c) incompatible.

15 puntos

6. Determine la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$(\det A)X - BX = C^*$$

donde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 3+3i & 6 & 0 \\ 9 & 6-6i & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

20 puntos