

Álgebra 1120

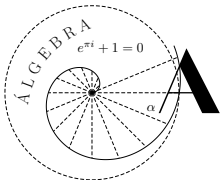


Serie 3 – Números Complejos

Autores:

- M.I. María del Rocío Ávila Núñez
- Ing. Aldo Jiménez Arteaga
- Dra. Rosalba Rodríguez Chávez

Recopilación de ejercicios del tema *Números Complejos* de la asignatura *Álgebra*.



2.1. Ejercicios

2.1 Ejercicios

Ejercicio 2.1

Obtener los valores $x, y \in \mathbb{R}$ que satisfacen la ecuación

$$x + \operatorname{cis} 90^\circ - 3\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i} + 2 \operatorname{cis} 300^\circ + \sqrt{3}i + yi + \operatorname{cis} 180^\circ - e^{\frac{\pi}{2}1} = -2 - 3i$$

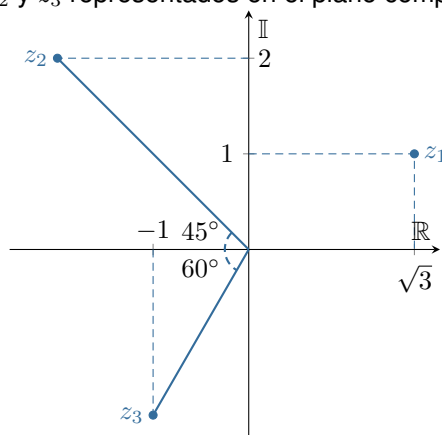
Ejercicio 2.2

Sean $z_1 = 2e^{\frac{\pi}{6}i}$, $z_2 = 3 \operatorname{cis} 60^\circ$, $z_3 = 6 \operatorname{cis} 180^\circ$ y $z_4 = 3e^{\frac{2\pi}{3}i}$. Trazar en el plano de Argand las soluciones de la ecuación

$$z_1 z_2 + z_3 i = z_4 z^3 + 6$$

Ejercicio 2.3

Sean los números complejos z_1 , z_2 y z_3 representados en el plano complejo.



Realizar las operaciones indicadas:

- $z_1 z_3$
- $\frac{z_3}{z_2}$
- z_2^3
- $\sqrt[3]{z_1}$

Ejercicio 2.4

Obtener la solución de la ecuación $(x + yi)(-6 + i) = -27 + 23i$ mediante:

- multiplicación
- división

2.2. Respuestas

Ejercicio 2.5

Sean los números complejos

$$z_1 = -2\sqrt{3} + 3i, \quad z_2 = 3e^{\pi i}, \quad z_3 = \text{cis } 20^\circ, \quad z_4 = \sqrt{3} \text{cis } 180^\circ$$

Determinar los valores de $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen la ecuación

$$z^4 z_3 = \frac{z^2 (z_2 + 3 + i) z_1}{z_4}$$

Ejercicio 2.6

Sea el número complejo $z = a + bi$ con módulo r y argumento θ . Determinar el logaritmo natural de z .

Ejercicio 2.7

Determinar los valores de $x, y \in \mathbb{R}$ tales que satisfacen la ecuación

$$4\sqrt{e^{x+yi}} = 6(\sqrt{3} + i) - 8i(4 \text{cis } 300^\circ)$$

Ejercicio 2.8

En el análisis de circuitos eléctricos de corriente alterna se utilizan los fasores para estudiar ondas. Un fador se denota como $z = M \angle \phi$, donde M es la magnitud y ϕ es la fase; algebraicamente, un fador se puede representar como $z = M \text{cis } \phi$.

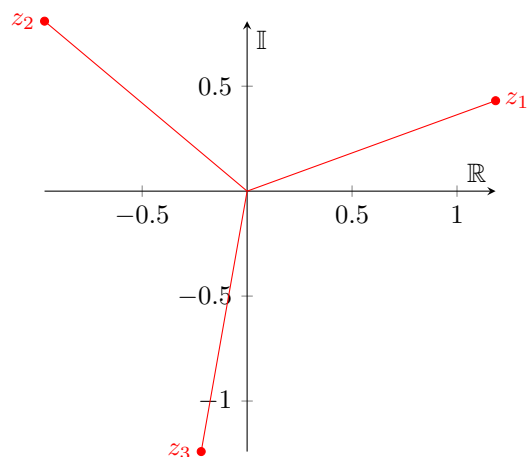
Dados los fasores $z_1 = 2 \angle 30^\circ$, $z_2 = 6 \angle 60^\circ$ y $z_3 = 3 \angle 90^\circ$, obtener el resultado de $z_1 z_2 z_3$.

2.2 Respuestas

■ **Ejercicio 2.1:** $x = 1$ y $y = 0$

■ **Ejercicio 2.2:** $z_1 = \sqrt[3]{2} \text{cis } 20^\circ$, $z_2 = \sqrt[3]{2} \text{cis } 140^\circ$ y $z_3 = \sqrt[3]{2} \text{cis } 260^\circ$

2.2. Respuestas



- **Ejercicio 2.3:** a: $-4i$; b: $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{cis} 105^\circ$; c: $16\sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$; d: $\sqrt[3]{2} \operatorname{cis} 10^\circ$, $\sqrt[3]{2} \operatorname{cis} 130^\circ$, $\sqrt[3]{2} \operatorname{cis} 250^\circ$
- **Ejercicio 2.4:** a: se resuelve $\begin{cases} 6x + y = 27 \\ x - 6y = 23 \end{cases}$; b: se calcula $\frac{-27 + 23i}{-6 + i}$; por ambos $x + yi = 5 - 3i$
- **Ejercicio 2.5:** $w_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis} 70^\circ$ y $w_2 = \sqrt{2} \operatorname{cis} 250^\circ$
- **Ejercicio 2.6:** $\ln z = \ln r + \theta i$
- **Ejercicio 2.7:** $x = 2 \ln 5$, $y = \frac{\pi}{3} i + 2\pi k \quad \forall k \in \mathbb{Z}$
- **Ejercicio 2.8:** $36 \operatorname{cis} 180^\circ$