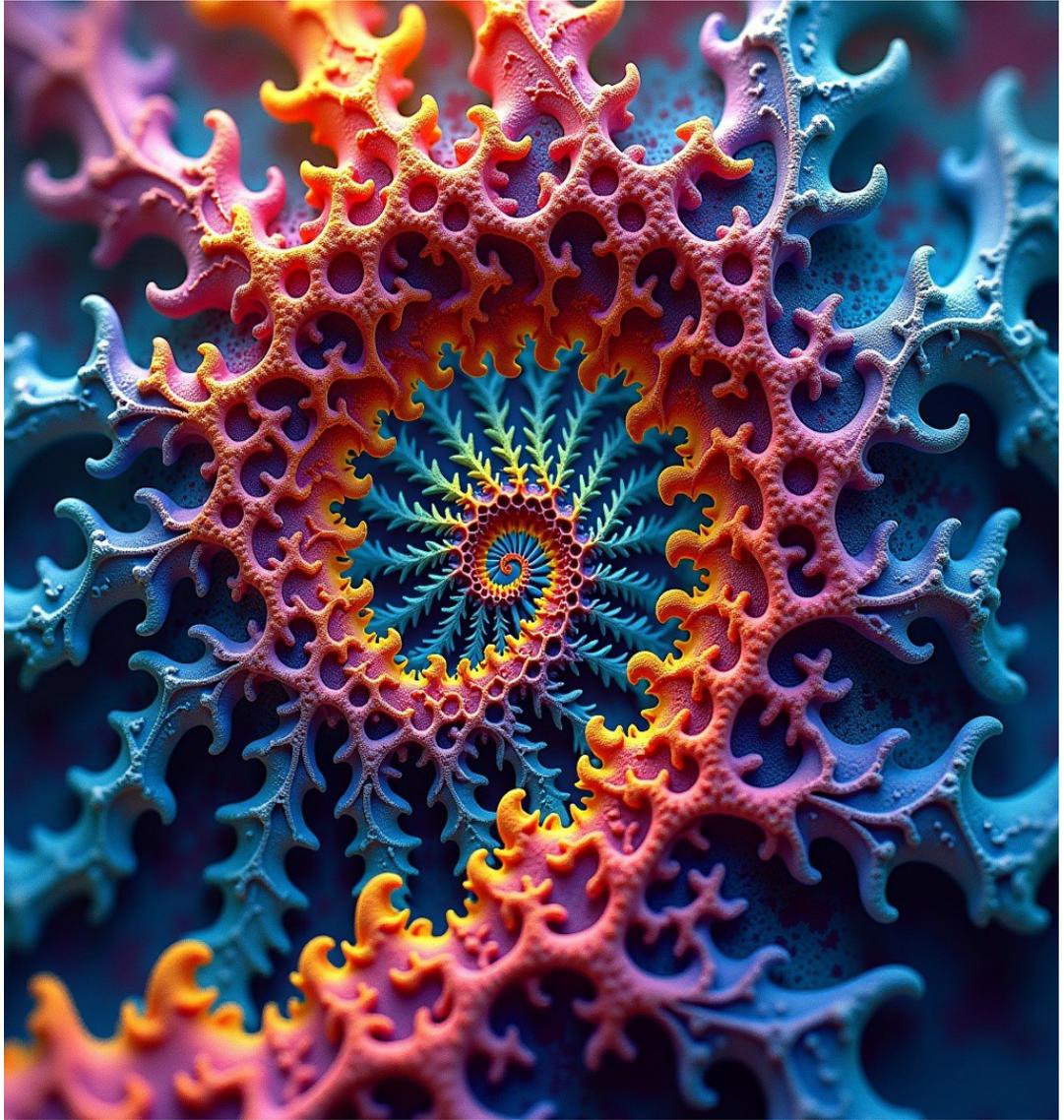


Álgebra 1120

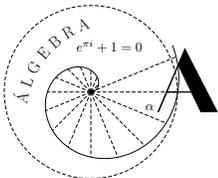


■ Serie 2 – Números Reales

Autores:

- M.I. María del Rocío Ávila Núñez
- Ing. Aldo Jiménez Arteaga
- Dra. Rosalba Rodríguez Chávez

Recopilación de ejercicios del tema *Números Reales* de la asignatura *Álgebra*.



2.1. Ejercicios

2.1 Ejercicios

Ejercicio 2.1

Determinar la mínima expresión de $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ tal que

$$\frac{a}{b} = 2.31\overline{42}$$

Ejercicio 2.2

Calcular, mediante la definición de adición en los números naturales, la siguiente operación

$$3 + 5$$

Ejercicio 2.3

Demostrar la validez de la proposición

$$2 + 6 + 10 + \dots + 2(2n - 1) = 2n^2; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Aplicando el principio de inducción matemática

Ejercicio 2.4

Determinar el conjunto solución de la siguiente desigualdad,

$$\frac{3}{x-2} - 4 < \frac{2x-6}{2x-4}$$

Ejercicio 2.5

Determinar el dominio de la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{3x-4}{5-x}} + 2$$

Ejercicio 2.6

Determinar a partir de qué valor de $n \in \mathbb{N}$ se cumple la siguiente proposición

$$n^2 < n!$$

y realizar su demostración mediante Inducción Matemática.

2.2. Respuestas

Ejercicio 2.7

Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen a cada una de las siguientes desigualdades:

- a) $|3x - 5| > |2x - 1|$
- b) $\frac{-1}{|x + 2|} < 2$
- c) $||x + 2| + 1| < 3$

Ejercicio 2.8

Sea una circunferencia cuyo centro se ubica en el punto $P(3, 0)$. El radio r en metros varía con el tiempo t en segundos de acuerdo a la función

$$r(t) = 4 + 2 \cos(\pi t)$$

Determinar el conjunto de puntos con coordenadas $(x, 0)$ que están dentro de la circunferencia cuando:

- a) $t = 0$ segundos
- b) $t = \frac{20}{3}$ segundos

Ejercicio 2.9

Determinar, mediante Inducción Matemática, la validez $\forall n \in \mathbb{N}$ de la siguiente proposición

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + 2} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - 1$$

Ejercicio 2.10

Sea p un número primo. Determinar, mediante inducción matemática, la validez de la siguiente proposición

$$p = 2^n - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2.2 Respuestas

- **Ejercicio 2.1:** $\frac{7637}{3300}$
- **Ejercicio 2.2:** 8
- **Ejercicio 2.3:** Es válida $\forall n \in \mathbb{N}$
- **Ejercicio 2.4:** $x \in (-\infty, 2) \cup \left(\frac{14}{5}, \infty\right)$
- **Ejercicio 2.5:** $D_f : x \in [-6, 5)$
- **Ejercicio 2.6:** Es válida $\forall n \in \mathbb{N}$

2.2. Respuestas

- **Ejercicio 2.7:** a: $x \in \left(-\infty, \frac{6}{5}\right) \cup (4, \infty)$; b: $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$; c: $x \in (-4, 0)$
- **Ejercicio 2.8:** a: $x \in [-3, 9]$; b: $x \in [0, 3]$
- **Ejercicio 2.9:** Es válida $\forall n \in \mathbb{N}$
- **Ejercicio 2.10:** No es válida $\forall n \in \mathbb{N}$