

FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

SERIE TEMA 2: "NÚMEROS REALES"

1.- a) Clasificar los siguientes números

	NATURALES	ENTEROS	RACIONALES	IRRACIONALES
8				
2.5π				
$\sqrt{17}$				
$-\frac{5}{4}$				
5.414141...				
$67 + \sqrt{23}$				
9.976				

b) Representar los siguientes números en la recta numérica: $\frac{3}{5}, \sqrt{2}, 1 - \sqrt{3}, 2.\bar{7}$

2.- Calcular las siguientes sumas por medio de la definición de adición en números naturales.

a) $5+4$ y b) $2+3$

3.- Demostrar:

a) $(m+n^*)^* = m^* + n^*$

b) $(mn^*)^* = mn + m^*$

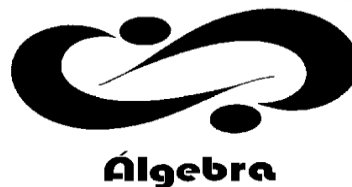
c) $(m^*n^*)^* = m^* + mn + n^*$

4.- Demostrar:

$$|a+b| = |a| + |b|$$

a) si $a > 0$ y $b > 0$

b) si $a < 0$ y $b < 0$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

5.- Utilizar la definición de multiplicación en \mathbb{N} para realizar a) $3 \cdot 4$ b) $4 \cdot 3^*$

6.- Demostrar que $2 < 5$

7.- Demostrar que si a y b son naturales y $a < b$ entonces $a^2 < b^2$

8.- Sean los números enteros definidos por $a = m - n$, $b = p - q$, $c = r - s$ donde m, n, p, q, r y s pertenecen a los números naturales, demostrar que:

$$a) a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$b) a \cdot b = b \cdot a$$

9.- Determinar para cualquier número $a \in \mathbb{Z}$ el elemento idéntico aditivo.

10.- Determinar para cualquier número $a \in \mathbb{Z}$ el elemento idéntico multiplicativo.

11.- ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones tienen solución en el conjunto de los números enteros?

$$a) 5x = 5 \quad b) -8x = -89 \quad c) 3x = \pi \quad d) \sqrt{2}x = -25$$

12.- Determinar el elemento inverso aditivo para cualquier número entero.

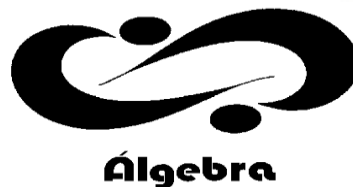
13.- Determinar si todos los números enteros tienen elemento inverso multiplicativo.

14.- Verificar gráficamente que $a(b+c) = ab+ac$ para $a=2$, $b=\sqrt{2}$ y $c=\sqrt{3}$ e indicar el nombre de esta propiedad.

15.- Expresar cada uno de los siguientes números racionales como el cociente de dos números enteros:



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

- a) 2.0545454...
- b) 1.5333...
- c) 6.636363...
- d) 1.370370370...
- e) 0.999...
- f) 3.999...
- g) 1.406406406...

16.- Convertir $\frac{1}{4}$ a su expresión decimal y dar su periodo.

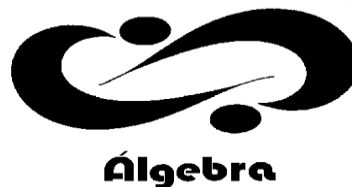
17.- Demostrar la propiedad de la densidad en los números racionales.

18.- Demostrar que para todo $x, y \in \mathbb{Q}$, $x y = y x$

19.- Representar gráficamente $|2|$ y $|-8|$. ¿Cuál es el significado geométrico del valor absoluto de un número $x \in \mathbb{R}$?

20.- Indicar en cuáles conjuntos (naturales, enteros, racionales e irracionales) tienen solución las siguientes ecuaciones.

- a) $x + 2 = 7$
 - b) $x + 6 = 2$
 - c) $9x^2 - 25 = 0$
 - d) $7x^2 - 63 = 0$
 - e) $x^2 - 3 = 0$
 - f) $x^2 + 1 = 0$
-



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

21. Representar en la recta numérica los siguientes números. Sugerencia: Utilizar el teorema de Pitágoras.

a) $\sqrt{5}$

b) $\sqrt{10}$

c) $\sqrt{17}$

d) $\sqrt{26}$

22.- Simplificar:

a) $2\sqrt{12} - 3\sqrt{75} + \sqrt{27}$

b) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$

23.- Investigar dos formas para obtener una aproximación del número π .

24.- Investigar cuál es el número de oro.

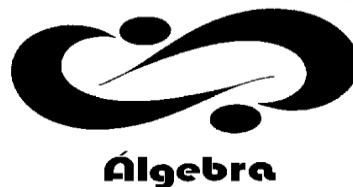
25.- Resolver los siguientes problemas:

a) Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4 500 000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros.

b) ¿Qué longitud ocuparían esos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros por término medio? Exprésalo en kilómetros.

26.- Demostrar, mediante inducción matemática que:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)\dots\left[1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right] = \frac{n+2}{2(n+1)}; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

27.- Demostrar por medio de inducción matemática, la validez de la proposición

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{3n+2}{4^n} = -\left(\frac{1}{4}\right)^n [2+n] + 2; \forall n \in \mathbb{N}$$

28.- Demostrar por medio de inducción matemática la validez de la proposición

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \dots + n(3^n) = \frac{(2n-1)3^{n+1} + 3}{4}; \forall n \in \mathbb{N}$$

29.- Demostrar por inducción matemática la validez de la siguiente proposición

$$1 + 4 + 7 + 10 + \dots + (3n-2) = \frac{n(3n-1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$$

30.- Demostrar por inducción matemática la validez de la siguiente proposición

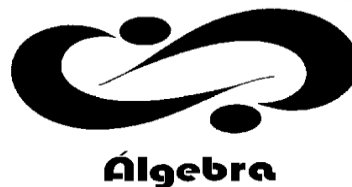
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right), \forall n \in \mathbb{N}$$

31.- Demostrar por medio de inducción matemática la validez de la proposición

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{(n-1)} = \frac{1}{4}(5^n - 1), \forall n \in \mathbb{N}$$

32.- Demostrar, por medio de inducción matemática, que $n+1=1+n$, $\forall n \in \mathbb{N}$

33.- Demostrar, por medio de inducción matemática, que $n+m=m+n$, $\forall n \in \mathbb{N}$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

34.- Resolver las siguientes desigualdades y expresar la solución con un intervalo.

a) $|x| < 3$

b) $|x| \leq 3$

c) $|x - 2| \leq 3$

d) $|x| > 3$

e) $|x - 2| \geq 3$

35.- Expresa en forma de intervalo los números que verifican:

a) $|x - 3| < 5$

b) $|2x - 7| < 9$

c) $\left| \frac{3}{4}x - 8 \right| < 2$

36.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la desigualdad

$$\left| \frac{1}{x-4} \right| > 3$$

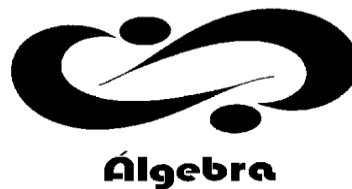
37.- Obtener el conjunto de valores de $s \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\left| \frac{s-4}{-s-3} \right| > 1$$

38.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$|x - 5| < 5|3x - 5|$$

39.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

$$|2x+5| \geq 3$$

40.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\frac{3}{|x+1|} < 4$$

41.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisface la desigualdad

$$\frac{|3x-2|}{|x+1|} < 4$$

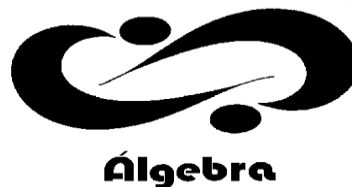
42.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la desigualdad

$$\left| \frac{x-3}{x+1} \right| \leq 2$$

43.- Obtener el conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$ que satisfacen la desigualdad

$$\left| \frac{3x+12}{x+2} \right| > 1$$

RESPUESTAS



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

1) a)

	NATURALES	ENTEROS	RACIONALES	IRRACIONALES
8	X	X	X	
2.5π				X
$\sqrt{17}$				X
$-\frac{5}{4}$			X	
5.414141...			X	
$67 + \sqrt{23}$				X
9.976			X	

b) A criterio del profesor

2) a) 9

$$b) 2+3 = 2+2^*$$

$$= 2+1^*$$

$$= ((2+1)^*)^*$$

$$= ((2^*)^*)^*$$

$$= (3^*)^*$$

$$= 4^*$$

$$= 5$$

3) a) A criterio del profesor

$$b) (mn^*)^* = (mn + m)^*$$

$$= (mn + m) + 1$$

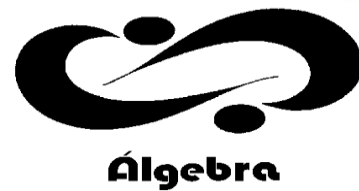
$$= mn + (m+1)$$

$$= mn + m^*$$

c) A criterio del profesor



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

4) $a > 0 \Rightarrow |a| = a$

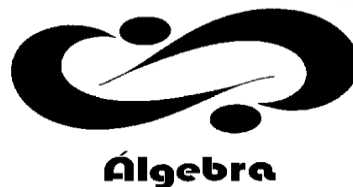
$$b > 0 \Rightarrow |b| = b$$

$$\left. \begin{array}{l} a > 0 \\ b > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b > 0 \Rightarrow |a + b| = a + b = |a| + |b|$$

$$\therefore |a + b| = |a| + |b|$$

b) A criterio del profesor

Departamento de
Álgebra



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

5) a)

$$(3)(4) = (3)(3) + 3$$

$$(3)(4) = (3)(2^*) + 3$$

$$(3)(4) = ((3)(2) + 3) + 3$$

$$(3)(4) = ((3)(1^*) + 3) + 3$$

$$(3)(4) = [((3)(1) + 3) + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [(3 + 3) + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [(3 + 2^*) + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [(3 + 2)^* + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [(3 + 1^*)^* + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [((3 + 1)^*)^* + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [((3^*)^*)^* + 3] + 3$$

$$(3)(4) = [(4^*)^* + 3] + 3$$

$$(3)(4) = (5^* + 3) + 3$$

$$(3)(4) = (6 + 3) + 3$$

$$(3)(4) = (6 + 2^*) + 3$$

$$(3)(4) = (6 + 2)^* + 3$$

$$(3)(4) = (6 + 1^*)^* + 3$$

$$(3)(4) = ((6 + 1)^*)^* + 3$$

$$(3)(4) = ((6^*)^*)^* + 3$$

$$(3)(4) = (7^*)^* + 3$$

$$(3)(4) = 8^* + 3$$

$$(3)(4) = 9 + 3$$

$$(3)(4) = 9 + 2^*$$

$$(3)(4) = (9 + 2)^*$$

$$(3)(4) = (9 + 1^*)^*$$

$$(3)(4) = ((9 + 1)^*)^*$$

$$(3)(4) = ((9^*)^*)^*$$

$$(3)(4) = (10^*)^*$$

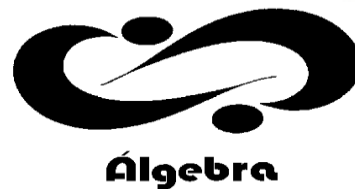
$$(3)(4) = 11^*$$

$$(3)(4) = 12$$

b) 16



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

6) $2 < 5$ si existe $x \in \mathbb{N}$ tal que $2 + x = 5$
Para $x = 3, 3 \in \mathbb{N}$, se tiene que $2 + 3 = 5$
 $\therefore 2 < 5$

7) A criterio del profesor

8) a)

$$a = m - n, b = p - q, c = r - s, m, n, p, q, r, s \in \mathbb{N}$$

$$b + c = (p + r) - (q + s)$$

$$a + (b + c) = [m + (p + r)] - [n + (q + s)]$$

$$a + (b + c) = [(m + p) + r] - [(n + q) + s]$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

b) A criterio del profesor

9) Elemento idéntico aditivo $e = 0 \in \mathbb{Z}$

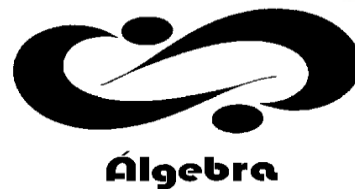
10) Elemento idéntico multiplicativo $e' = 1 \in \mathbb{Z}$

11) Sólo a)

12) Elemento inverso aditivo de $a \in \mathbb{Z} : -a \in \mathbb{Z}$

13) Elemento inverso multiplicativo de $a = 0 \in \mathbb{Z}$ no existe $\left(\frac{1}{0} \text{ no existe} \right)$

14) A criterio del profesor



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

15) a) $\frac{113}{55}$

b) $\frac{23}{15}$

c) $\frac{73}{11}$

d) $\frac{37}{27}$

e) 1

f) 4

g) $\frac{1405}{999}$

16) $0.25\bar{0}$

17) A criterio del profesor

18) $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{c}{d}$; $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0, d \neq 0$

$$xy = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{ac}{bd}\right) = \left(\frac{ca}{db}\right) = \left(\frac{c}{d}\right)\left(\frac{a}{b}\right) = yx$$

19) El valor absoluto de un número x representa la distancia del origen al número x .

20) a) $x = 5 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$

b) $x = -4 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$

c) $x = \pm \frac{5}{3} \in \mathbb{Q}$

d) $x = \pm 3 \in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$

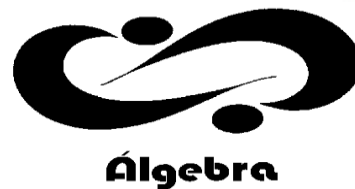
e) $x = \pm \sqrt{3} \in \mathbb{Q}'$

f) $x = \pm i \notin \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}'$

21) A criterio del profesor



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

22) a) $-8\sqrt{3}$

b) $10\sqrt[3]{2}$

23) a) Utilizando un cilindro y una cuerda.

b) Utilizando series.

24) Número Áureo o número de oro.

Es un número irracional representado por la letra griega ϕ en honor al escultor Fideas.

Su valor numérico es: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618033988749894\dots$

25) a) 2.25×10^{13} glóbulos rojos

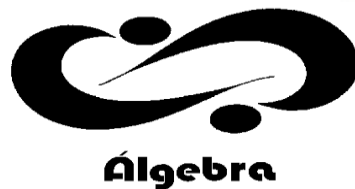
b) 180000 km

26) Válida $\forall n \in \mathbb{N}$

27) Válida $\forall n \in \mathbb{N}$

28) Válida $\forall n \in \mathbb{N}$

Departamento de
Álgebra



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

$$29) 1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$$

$$n = 1$$

$$1 = \frac{1(3-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$n = k$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) = \frac{k(3k - 1)}{2}$$

$$n = k + 1$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k + 1) = \frac{(k + 1)(3k + 2)}{2}$$

$$n = k \Rightarrow n = k + 1$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) = \frac{k(3k - 1)}{2}$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) + (3k + 1) = \frac{k(3k - 1)}{2} + (3k + 1)$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) + (3k + 1) = \frac{k(3k - 1) + 2(3k + 1)}{2}$$

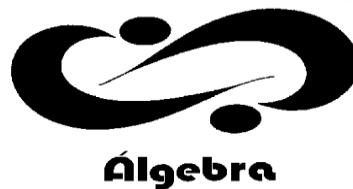
$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) + (3k + 1) = \frac{k(3k - 1) + 6k + 2}{2}$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) + (3k + 1) = \frac{3k^2 - k + 6k + 2}{2}$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) + (3k + 1) = \frac{3k^2 + 5k + 2}{2}$$

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3k - 2) + (3k + 1) = \frac{(k + 1)(3k + 2)}{2}$$

30) Válida $\forall n \in \mathbb{N}$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

$$31) 5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{n-1} = \frac{1}{4}(5^n - 1), \forall n \in \mathbb{N}$$

$$n = 1$$

$$5^0 = \frac{1}{4}(5^1 - 1) \Rightarrow 1 = \frac{1}{4}(4) \Rightarrow 1 = 1$$

$$n = k$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} = \frac{1}{4}(5^k - 1)$$

$$n = k + 1$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^k = \frac{1}{4}(5^{k+1} - 1)$$

$$n = k \Rightarrow n = k + 1$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} = \frac{1}{4}(5^k - 1)$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} + 5^k = \frac{1}{4}(5^k - 1) + 5^k$$

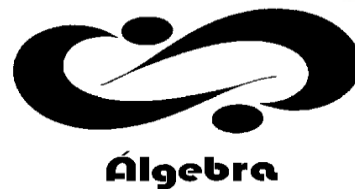
$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} + 5^k = \frac{1}{4}(5^k - 1 + (4)5^k)$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} + 5^k = \frac{1}{4}(5^k + (4)5^k - 1)$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} + 5^k = \frac{1}{4}(5(5^k) - 1)$$

$$5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{k-1} + 5^k = \frac{1}{4}(5^{k+1} - 1)$$

Departamento de Álgebra



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

$$32) n+1=1+n \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$n=1$$

$$1+1=1+1 \Rightarrow 1^* = 1^* \Rightarrow 2=2$$

$$n=k$$

$$k+1=1+k$$

$$n=k+1=k^*$$

$$k^*+1=1+k^*$$

$$n=k \Rightarrow n=k^*$$

$$1+k^*=(1+k)^*$$

$$1+k^*=(k+1)^* \quad (\text{hipótesis})$$

$$1+k^*=(k^*)^*$$

$$1+k^*=k^*+1$$

$$5^0+5^1+5^2+\dots+5^{k-1}+5^k=\frac{1}{4}(5(5^k)-1)$$

33) A criterio del profesor

34) a) $(-3, 3)$

b) $[-3, 3]$

c) $[-1, 5]$

d) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

e) $(-\infty, -1] \cup [5, \infty)$

35) a) $(-2, 8)$

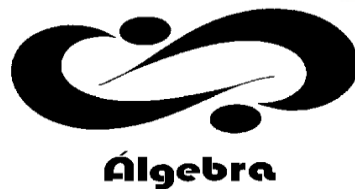
b) $(-1, 8)$

c) $(8, \frac{40}{3})$

36) $(\frac{11}{3}, 4) \cup (4, \frac{13}{3})$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

$$37) (-\infty, -3) \cup \left(-3, \frac{1}{2}\right)$$

$$38) \left(-\infty, \frac{10}{7}\right) \cup \left(\frac{15}{8}, \infty\right)$$

$$39) (-\infty, -4] \cup [-1, \infty)$$

$$40) \left(-\infty, -\frac{7}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{4}, \infty\right)$$

$$41) (-\infty, -6) \cup \left(-\frac{2}{7}, \infty\right)$$

$$42) (-\infty, -5] \cup \left[\frac{1}{3}, \infty\right)$$

$$43) (-\infty, -5) \cup \left(-\frac{7}{2}, -2\right) \cup (-2, \infty)$$

Departamento de
Álgebra