



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

### SERIE TEMA 4: "POLINOMIOS"

1. Determinar las raíces del polinomio  $p(x) = x^7 + 2x^6 - 4x^5 - 2x^4 + x^3 - 4x^2 + 6x$ , si  $\alpha = -3$  es una de sus raíces.

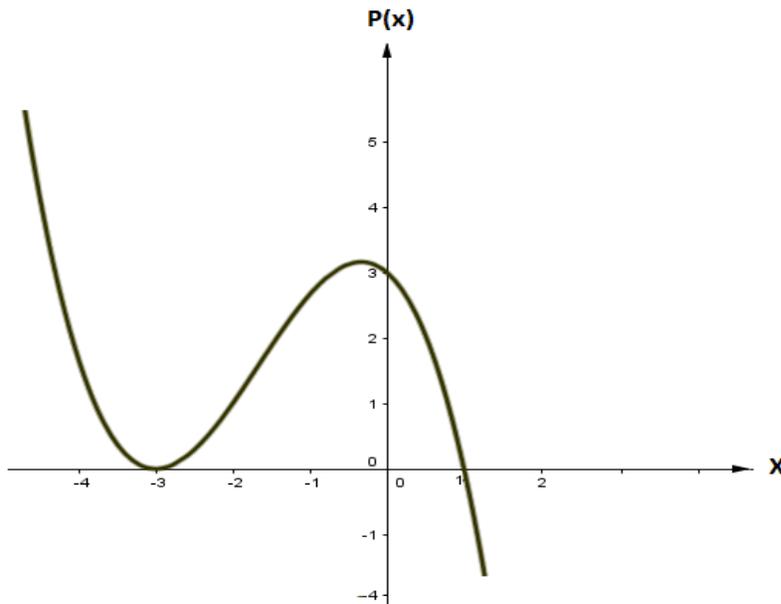
---

2.- Para el polinomio  $p(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 11x^2 - 24x + 12$

determinar:

- Las posibilidades en que pueden presentarse las raíces de  $p(x)$ .
  - Las raíces del polinomio  $p(x)$ .
- 

3.- Sea  $p(x)$  un polinomio de grado tres, cuya gráfica se muestra en la figura



Expresar al polinomio  $p(x)$  en términos de sus factores lineales.

---



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

4.- Sea el polinomio  $p(x) = 2x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 14x + 12$ .

- Determinar las posibilidades en que pueden presentarse las raíces de  $p(x)$  de acuerdo a la regla de los signos de Descartes.
- Expresar a  $p(x)$  en términos de sus factores lineales, siendo uno de sus factores  $(x + i)$ .

5.- Sea el polinomio  $p(x) = x^4 - x^3 + Ax^2 - x + B$ .

Determinar el valor de A y el de  $B \in \mathbb{R}$  para que el polinomio  $p(x)$  tenga como raíces a  $\alpha_1 = 2$  y  $\alpha_2 = -i$ .

6.- Dado el polinomio  $p(\theta) = \cos^3 \theta + \cos^2 \theta - 2$ .

Determinar el conjunto de raíces reales del polinomio  $p(\theta)$ .

7.- Sea el polinomio  $p(x) = x^5 - (1 + i)x^4 + 7x^3 - (7 + 7i)x^2 + 12x - B$ .

- Obtener el valor de  $B \in \mathbb{C}$ , si  $(x - 1 - i)$  es factor de  $p(x)$ .
- Con el valor obtenido de  $B$ , calcular todas las raíces de  $p(x)$ .
- Expresar a  $p(x)$  en términos de sus factores lineales.

8.- Obtener los valores de A, B y  $C \in \mathbb{R}$  para que los polinomios  $p(x) = x^3 + 3x^2 - x - 5$  y  $q(x) = A(3x - 2) + B(x^3 - 7x - 1) + Cx^2$  sean iguales.



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

9.- Sea el polinomio  $h(x) = x^6 - 6x^5 + 10x^4 - 12x^3 + 17x^2 - 6x + 8$ .

- Si  $\alpha = -i$ , es una de sus raíces, determinar las raíces de  $h(x)$ .
  - Expresar a  $h(x)$  en términos de sus factores lineales.
- 

10.- Obtener el polinomio  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$  de menor grado, de coeficientes reales, si cuatro de sus raíces son  $\alpha_1 = -2 + 2i$ ,  $\alpha_2 = 3 - \sqrt{5}$ ,  $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$  y  $a_n = 1$ .

---

11.- Para el polinomio  $p(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 8$ .

Determinar:

- Las posibilidades en que pueden presentarse las raíces de  $p(x)$ .
  - Las raíces del polinomio  $p(x)$ .
- 

12.- Obtener las raíces del polinomio

$$f(x) = x^5 + 6x^4 + 7x^3 - 8x^2 + 6x + 36$$

si  $\alpha_1 = 1 + i$  es una de ellas.

---

13.- Sea el polinomio  $p(x) = -2x^3 + Ax^2 + Bx - 12$ .

- Obtener  $A$  y  $B \in \mathbb{R}$ , si  $(x-1)$  es un factor de  $p(x)$  y  $-2$  es una raíz de  $p(x)$ .
  - Con los valores de  $A$  y  $B$  obtenidos, determinar las raíces de  $p(x)$ .
-



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

14.- Sea el polinomio  $p(x) = x^3 - Ax^2 - Bx + 12$ .

- Determinar el de valor de  $A$  y  $B \in \mathbb{R}$ , si la gráfica del polinomio  $p(x)$  contiene a los puntos  $P_1(3,0)$  y  $P_2(2,0)$ .
- Con los valores de  $A$  y  $B$  obtenidos, calcular las raíces de  $p(x)$ .

15.- Sea el polinomio  $p(x)$  de grado 4 con coeficientes reales,  $p(x)$  contiene a los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(-3, 24)$  y  $C(0, -1)$ ,  $\alpha = -i$  es una de sus raíces. Determinar al polinomio en términos de sus factores lineales.

16.- Sea el polinomio  $p(\lambda) = \lambda^3 - 12\lambda + 2k$ .

- Determinar el valor de  $k \in \mathbb{R}$  para que  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  sea una raíz con multiplicidad 2.
- Las raíces de  $p(\lambda)$  con el valor de  $k$  obtenido en el inciso anterior.

17.- Sea el polinomio  $f(x) = x^9 + x^8 - 4x^7 - 2x^6 + x^5 - 3x^4 + \beta x^3$ .

- Determinar el valor de  $\beta \in \mathbb{R}$ , considerando que  $(x - \sqrt{3})$  es factor de  $f(x)$ .
- Obtener las raíces de  $f(x)$ .

18.- Obtener las raíces del polinomio  $p(x) = x^3 f(x)g(x)$  del cual se conoce lo siguiente:

$$f(x) = x^3 + (1+i)x^2 + (-2+i)x - 2i \quad \text{tiene como raíz a } (-i) \quad \text{y}$$
$$g(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 6 \quad \text{cumple que } g(\sqrt{2}) = 0$$



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

19.- Determinar las raíces del polinomio  $p(x) = x^4 - 1$ .

---

20.- Sean el polinomio  $p(x) = x^9 - 3x^8 + 2x^7 + 4x^6 - 8x^5 + 64x^4$  y  $\alpha = 2i$  una de sus raíces. Expresar al polinomio  $p(x)$  como el producto de sus factores lineales.

---

21.- Para el polinomio  $p(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ , determinar los valores de  $A, B, C \in \mathbb{R}$  si  $\alpha = 1 + i$  es una raíz de multiplicidad tres.

---

22.- Sea el polinomio  $p(x) = 4x^3 - 12x^2 - 24x + 4k$ .

- Determinar el valor de  $k \in \mathbb{R}$  para que  $\alpha = 4$  sea una raíz de  $p(x)$ .
  - Con el valor de  $k$  obtenido en el inciso anterior, obtener las raíces de  $p(x)$ .
- 

23.- Determinar las posibilidades en que pueden presentarse las raíces del polinomio  $p(x) = -i^{18}\sqrt{7}x^6 + i^{600}\pi x^4 + \frac{317}{234}x^2 + e$ .

---

24.- Sea el polinomio  $p(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ , obtener los valores de  $A, B, C, D \in \mathbb{R}$  tales que  $p(0) = 0$ ,  $p(i) = 0$  y  $p(1) = 1$ .

---

25.- Sea el polinomio  $p(x) = 8x^4 - 4x^3 + Ax^2 + 8x + B$ . Determinar  $A, B \in \mathbb{R}$  para que  $p(x)$  sea divisible entre  $x - 2$  y  $p(-1) = 0$ .

---



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

26.- Sea el polinomio  $p(x) = x^7 - (6 + 2i)x^6 + (5 + 12i)x^5 + (12 - 10i)x^4 - Aix^3$ .

- Determinar el valor de  $A$  si  $2i$  es una raíz de  $p(x)$ .
- Expresar a  $p(x)$  como el producto de sus factores lineales.

27.- Determinar las raíces del polinomio  $p(x) = (x^3 - 1)((x^3 + 1)(x^2 + 2x + 1))$ .  
¿Cuál es el grado de  $p(x)$ .

28.- Determinar las raíces del polinomio  $p(x) = x^6 + x^3 + 1$ .

29.- Determinar las posibles raíces racionales y las posibilidades en que pueden presentarse las raíces del polinomio  $p(x) = x^{16} - 2x^{11} + 5x^4 + x^2 + 15$ .

30.- Obtener el polinomio  $p(x) = x^3 + Bx^2 + Cx + D$  tal que  $\alpha_1$  sea una de sus raíces de multiplicidad dos y  $p(1) = 0$ .

31.- Obtener el polinomio  $p(x)$  que resulta de multiplicar los polinomios  $q_1(x) = x^2 - x - 6$  y  $q_2(x) = -x^4 + 5x^3 - 9x^2 + 7x - 2$ . Expresar a  $p(x)$  como el producto de sus factores lineales.

32.- Determinar el polinomio  $p(x)$  de grado 4 con coeficientes reales tal que  $p(-1) = 0$ ,  $p(3) = 0$ ,  $p(0) = 6$  y  $(x - i)$  es uno de sus factores.



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

33.- Para el polinomio  $p(x) = 3x^5 + Ax^4 - 6x^3 + 24x^2 + Bx - 6$ , determinar el valor de  $A$  y el de  $B$  tal que sea divisible entre  $(x - 3)$  y tenga como uno de sus factores a  $(x - 2)$ .

---

34.- Sea el polinomio  $p(x) = x^4 + (-4 + i)x^3 + (-3 - 4i)x^2 + (18 - 3i)x + 18i$ . Determinar las raíces de  $p(x)$  si  $\alpha = -i$  es una de sus raíces.

---

35.- Expresar al polinomio  $p(x) = (x^2 + (2 - i)x - 2i)(x^2 + 6x - 7)(x^2 - (1 + i)^2)$  como el producto de sus factores lineales.

---

36.- Sea el polinomio  $p(x) = x^3 + Ax^2 - x - 2$ . Si  $-A$  es una raíz de  $p(x)$ , determinar el valor de  $A$ .

---

37.- Sea el polinomio  $p(x) = x^3 + Ax^2 - 9x + B$ .

a) Determinar  $A, B \in \mathbb{R}$  si  $p(x)$  es divisible entre  $(x - 2)$  y  $p(1) = -4$ .

b) Calcular las raíces de  $p(x)$  con el valor de  $A$  y el de  $B$  obtenidos en el inciso anterior.

---

38.- Sea el polinomio  $p(x) = x^{10} + Ax^9 - x^6 - 2x^5$ .

a) Determinar  $A \in \mathbb{R}$  si  $(x + 1)$  es un factor de  $p(x)$ .

b) Calcular las raíces de  $p(x)$  con el valor de  $A$  obtenido en el inciso anterior.

---



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

39.- Sea el polinomio  $p(x) = (\operatorname{sen}45^\circ)x^4 + (\operatorname{cos}135^\circ)x^3 + (\operatorname{sen}225^\circ)x^2 + (\operatorname{cos}315^\circ)$ .

- Determinar las posibilidades en que pueden presentarse las raíces de  $p(x)$ .
- Calcular una de las raíces de  $p(x)$ .

40.- Sea el polinomio

$$p(x) = (\tan 45^\circ)x^4 + (16\operatorname{sen}^2 45^\circ)x^3 + (48\operatorname{cos}^2 315^\circ)x^2 - (32\tan 135^\circ)x + 16\tan 225^\circ.$$

- Determinar las posibilidades en que pueden presentarse las raíces de  $p(x)$ .
- Calcular una de las raíces de  $p(x)$ .

41.- Demostrar que si  $\alpha = a + bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $b \neq 0$  es una raíz del polinomio

$$p(x) = x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4$$

entonces  $\bar{\alpha} = a - bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $b \neq 0$  también es raíz de  $p(x)$ .

42.- Para el polinomio  $p(x) = x^3 + kx + 2$ , determinar:

- los valores de  $k \in \mathbb{C}$  tales que  $p(x)$  tenga una raíz de multiplicidad dos, y
- las raíces de  $p(x)$  para cada valor de  $k$  obtenidos en el inciso anterior.

43.- Demostrar que los siguientes polinomios tienen las mismas raíces

$$p(x) = \frac{2}{3}x^{45} - \frac{5}{9}x^{33} + \frac{11}{6}x^{28} + 4x^{12} - 480$$

$$q(x) = 36x^{45} - 30x^{33} + 99x^{28} + 216x^{12} - 25920$$

44.- ¿Existen polinomios que no tengan raíces?

45.- ¿Existe algún polinomio que no tenga grado?



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

### RESPUESTAS

1)  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = -3, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = \sqrt{2}, \alpha_5 = -\sqrt{2}, \alpha_6 = i, \alpha_7 = -i$

2) a)

Raíces reales positivas	4	2	0
Raíces reales negativas	1	1	1
Raíces nulas	0	0	0
Raíces complejas	0	2	4
Total	5	5	5

b)  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 2, \alpha_4 = \sqrt{3}, \alpha_5 = -\sqrt{3}$

3)  $p(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x+3)(x-1)$

4) a)

Raíces reales positivas	4	4	2	2	0	0
Raíces reales negativas	2	0	2	0	2	0
Raíces nulas	0	0	0	0	0	0
Raíces complejas	0	2	2	4	4	6
Total	6	6	6	6	6	6

b)  $p(x) = 2(x-1)(x-1)(x+2)(x+3)(x-i)(x+i)$

5)  $A = -1, B = -2$

6)  $\{\theta \mid \theta = k(360^\circ), k \in \mathbb{Z}\}$

7) a)  $B = 12 + 12i$

b)  $\alpha_1 = 1 + i, \alpha_2 = 2i, \alpha_3 = -2i, \alpha_4 = \sqrt{3}i, \alpha_5 = -\sqrt{3}i$

c)  $p(x) = (x-1-i)(x-2i)(x+2i)(x-\sqrt{3}i)(x+\sqrt{3}i)$

8)  $A = 2, B = 1, C = 3$

9) a)  $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = i, \alpha_4 = i, \alpha_5 = -i, \alpha_6 = -i$

b)  $h(x) = (x-4)(x-2)(x-i)(x-i)(x+i)(x+i)$

10)  $p(x) = x^5 + (1 + \sqrt{5})x^4 + (-4 + 4\sqrt{5})x^3 - (24 - 8\sqrt{5})x^2$



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

11) a)

Raíces reales positivas	2	2	0	0
Raíces reales negativas	3	1	3	1
Raíces nulas	0	0	0	0
Raíces complejas	0	2	2	4
Total	5	5	5	5

b)  $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = -2, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = \sqrt{2}, \alpha_5 = -\sqrt{2}$

12)  $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = 1+i, \alpha_3 = 1-i, \alpha_4 = -3, \alpha_5 = -3$

13) a)  $A = 4, B = 10$

b)  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = -2, \alpha_3 = 3$

14) a)  $A = 3, B = 4$

b)  $\alpha_1 = -2, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = 3$

15)  $p(x) = \frac{8}{15}(x-1)(x+\frac{15}{8})(x-i)(x+i)$

16) a)  $k = 8$

b)  $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = -4$

17) a)  $\beta = 6$

b)  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 1, \alpha_5 = -2, \alpha_6 = i, \alpha_7 = -i, \alpha_8 = \sqrt{3}, \alpha_9 = -\sqrt{3}$

18)  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = -i, \alpha_5 = -2, \alpha_6 = 1, \alpha_7 = -3, \alpha_8 = \sqrt{2}, \alpha_9 = -\sqrt{2}$

19)  $\alpha_1 = i, \alpha_2 = -i, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = -1$

20)  $p(x) = (x-0)(x-0)(x-0)(x-0)(x-2i)(x+2i)(x+2) \left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}\right) \left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$

21)  $A = -3 - 3i, B = 6i, C = 2 - 2i$

22) a)  $k = 8$

b)  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = -2, \alpha_3 = 4$

23)

Raíces reales positivas	0
Raíces reales negativas	0
Raíces nulas	0
Raíces complejas	6
Total	6



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

24)  $A = \frac{1}{2}, B = 0, C = \frac{1}{2}, D = 0$

25)  $A = -36, B = 32$

26) a)  $A = 24$

b)  $p(x) = (x-0)(x-0)(x-0)(x-2i)(x+1)(x-3)(x-4)$

27)  $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \alpha_3 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \alpha_4 = -1$  (multiplicidad 3),  $\alpha_5 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \alpha_6 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$gr(p) = 8$

28)  $\alpha_1 = \text{cis}40^\circ, \alpha_2 = \text{cis}80^\circ, \alpha_3 = \text{cis}160^\circ, \alpha_4 = \text{cis}200^\circ, \alpha_5 = \text{cis}280^\circ, \alpha_6 = \text{cis}320^\circ$

29) a)

Raíces reales positivas	2	0
Raíces reales negativas	0	0
Raíces nulas	0	0
Raíces complejas	14	16
Total	16	16

b)  $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15$

30)  $p(x) = x^3 - x^2$

31)  $p(x) = (x+2)(x-3)(x-1)(x-2)(x-2)(x-2)$

32)  $p(x) = -2x^3 + 2x^2 + 10x + 6$

33)  $A = -10, B = 11$

34)  $\alpha_1 = i, \alpha_2 = -2, \alpha_3 = 3$  (multiplicidad 2)

35)  $p(x) = (x+2)(x-i)(x+7)(x-1)(x+1+i)(x-1-i)$

36)  $A = 2$

37) a)  $A = B = 2$

b)  $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -2 + \sqrt{5}, \alpha_3 = -2 - \sqrt{5}$

38) a)  $A = 2$

b)  $\alpha_1 = 0$  (multiplicidad 5),  $\alpha_2 = 1, \alpha_3 = -1, \alpha_4 = -2, \alpha_5 = i, \alpha_6 = -i$

39) a)

Raíces reales positivas	2	2	0	0
Raíces reales negativas	2	0	2	0
Raíces nulas	0	0	0	0
Raíces complejas	0	2	2	4
Total	4	4	4	4

b)  $\alpha = 1$



FACULTAD DE INGENIERÍA  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

40) a)

Raíces reales positivas	0	0	0
Raíces reales negativas	4	2	0
Raíces nulas	0	0	0
Raíces complejas	0	2	4
Total	4	4	4

b)  $\alpha = -2$  (multiplicidad 4)

41) A criterio del profesor.

42) a)  $k = -3$

$$k = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

$$k = -\frac{9}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

a)  $k = -3 \Rightarrow \alpha_1 = -2, \alpha_2 = 1$  (multiplicidad 2)

$$k = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \alpha_1 = 1 - \sqrt{3}i, \alpha_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ (multiplicidad 2)}$$

$$k = -\frac{9}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \alpha_1 = 1 + \sqrt{3}i, \alpha_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ (multiplicidad 2)}$$

43) A criterio del profesor.

44) A criterio del profesor.

45) A criterio del profesor.