FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

# SERIE TEMA 5: "SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES"

1.- Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 4x+2y+2z&=2\\ x-y+2z&=5\\ 3x+4y-kz&=-2 \end{aligned}$$

Determinar $k\in\mathbb{R}$ tal que el sistema sea:

a) compatible determinado,
b) compatible indeterminado e
c) incompatible.

---

2.- Determinar el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & + & 4y & - & 3z & + & 2w & = & 12\\ 2x & + & y & - & 4z & - & w & = & 14\\ -x & + & 2y & + & z & - & 2w & = & 6\\ x & - & 3y & - & 2z & - & 3w & = & 5 \end{array}$$

---

3.- Sea el sistema de ecuaciones

$$M:\left\{\begin{array}{rrrcr} x & +y & +z & = & 6\\ x & & -2z & = & -4\\ 3x & -2y & & = & 8\\ 5x & +2y & +\gamma z & = & 0 \end{array}\right.$$

Obtener el conjunto de valores de $\gamma$ que hacen que $M$ sea compatible determinado.

---

4.- Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} -3x & - & y & & & - & 5w & = & -3 \\ x & + & 7y & - & 4z & + & 11w & = & a \\ x & + & 2y & - & z & + & 4w & = & 2 \end{array}$$

Determinar $a \in \mathbb{R}$ para que el sistema sea:

a) compatible determinado,

b) compatible indeterminado e

c) incompatible.

---

5.- Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x - 2y - 3z &= -7 \\ 3x - ky - 5z &= -21 \\ y + z &= k - 2 \end{aligned}$$

Determinar el conjunto de valores de $k \in \mathbb{R}$ que hacen que el sistema sea:

a) compatible determinado,

b) compatible indeterminado e

c) incompatible.

---

6.- Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 4 \\ x + y + z &= m \\ 2x + 2y + mz &= 2 \end{aligned}$$

Determinar el conjunto de valores de $m \in \mathbb{R}$ que hacen que el sistema sea:

a) compatible determinado,

b) compatible indeterminado o

c) incompatible.

---

7.- Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$A: \begin{cases} x + ky + z = 0 \\ kx + 2y + 6z = 3k \\ 2x + (k+1)y + 2z = 0 \end{cases}$$

Determinar el conjunto de valores de $k \in \mathbb{R}$ que hacen que el sistema sea:

a) compatible determinado,

b) compatible indeterminado o

c) incompatible.

---

8.- Clasificar cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones de acuerdo con el tipo de solución que presentan, o bien, determinar si no la tienen.

$$a)\begin{cases} 2x-y+3z=9 \\ x+y-2z=-4 \\ 3x+2y-z=-1 \\ x+3y-4z=-10 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 2x-y+3z=-11 \\ x+2y-2z=10 \\ 4x+3y-z=8 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} 3x-y+2z+4w=-1 \\ x+y-z+2w=4 \\ 2x+y+2z-w=-7 \\ 5x-3y-3z+5w=0 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} 3x-y+2z-w=2 \\ x+2y-5z+3w=5 \\ 2x+2y-4z-2w=-4 \\ -2x+3y-7z-w=-6 \end{cases}$$

---

9..- Para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones, obtener su solución general y dos soluciones particulares.

$$a)\begin{cases} 3y-3z=6 \\ x-y+4z=-3 \\ -2x-4y-2z=-6 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} x+5y+z=1 \\ x+6y+z=3 \\ 2x+9y+2z=0 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} 2x-y+z+3w=2 \\ x+y-2z+w=-5 \\ 3x+z+2w=3 \\ x-2y+3z+2w=7 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} 3a-5b+c-d=-2 \\ -a-3b-c-5d=-6 \\ 2a-6b+2c+d=5 \\ 4a-8b-2c-5d=-3 \end{cases}$$

---

10.- Para cada uno de los siguientes sistemas homogéneos, determinar su solución y, en caso de ser compatibles indeterminados, obtener su solución general.

$$a)\begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 3x - 4y + 7z = 0 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} 4x - y + 2z = 0 \\ -x + 2y - z = 0 \\ x + 3y - 5z = 0 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} x + y - 2z - 3w = 0 \\ -x + 2y + z - 2w = 0 \\ 3x - y + 2z - 4w = 0 \\ 2x + 3y - z + 2w = 0 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} 5x - 3y - z + 2w = 0 \\ 2x + y - 2z + 3w = 0 \\ x - y - 3z + 4w = 0 \\ 2x - 3y + 4z - 5w = 0 \end{cases}$$

---

11.- Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z + w = 6 \\ x + y + 3z - 2w = 7 \\ 3x - 2y - z - w = 1 \\ x - y - 2z - w = -3 \\ 2x - 2y - z + w = 0 \end{cases}$$

Obtener, si existe, su solución.

---

12.- Para el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+kz=0 \\ -\frac{1}{2}x+ky-\frac{1}{2}z=0 \\ kx-\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}z=0 \end{cases}$$

Determinar el o los valores de $k \in \mathbb{R}$, con los cuales el sistema se hace compatible indeterminado.

---

13.- Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 3x+ky+kz=5 \\ 4x+ky \qquad =5 \end{cases}$$

Determinar, si existen, los valores de $k \in \mathbb{R}$, con los cuales el sistema es:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Incompatible.

---

14.- Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} kx+y-z=0 \\ 3x+2y \quad =5 \\ x+3y+7z=0 \end{cases}$$

Determinar el valor de $k \in \mathbb{R}$, para que dicho sistema tenga soluciones diferentes a la trivial.

---

15.- Determinar el o los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema:

$$\begin{cases} x \quad - 3z = -3 \\ 2x + ky - z = -2 \\ x + 2y + kz = 1 \end{cases}$$

Sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c)Incompatible.

---

16.- Determinar el valor o los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 3k \\ x + y + kz = 3 \\ x + 2y + 3z = 3 \end{cases}$$

Sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Incompatible

---

17.- Determinar el valor o los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema:

$$\begin{cases} x - y - kz = -1 \\ x - ky - z = -1 \\ kx - y - z = 2 \end{cases}$$

Sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Incompatible.

---

18.- Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 6 \\ x + ky + (k-1)z = 4 \\ 3x + 7y + kz = 7 \end{cases}$$

Determinar el valor o los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Incompatible.

---

19.- Determinar el valor o los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+2y-z=6 \\ x+3y+(k-1)z=5 \\ x+(k+3)y+z=7 \end{cases}$$

Sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado

c) Incompatible.

---

20.- Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} kx+y+z+w=1 \\ x+ky+z+w=1 \\ x+y+kz+w=1 \\ x+y+z+kw=1 \end{cases}$$

Determinar el valor o los valores de $k \in \mathbb{R}$, para que el sistema sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Incompatible.

---

21.- Una parábola de ecuación $y = ax + bx + c$ contiene los puntos (1,0), (-1,12), (2,18); determinar los valores de *a*, *b* y *c* que definen a la parábola.

---

22.-Sean los polinomios $p(x)=(a-b)x^2+(a-c)x+b+c$ y $q(x)=(3-c)x^2-ax-b-2c$. Determinar los valores de *a, b* y *c* que definen a la parábola.

23.- La suma de tres dígitos es 9. Estos tres dígitos forman un número de tres cifras cuyo valor es mayor en 99 que el que se obtiene al cambiar el dígito de las unidades por el de las centenas. El dígito de las centenas es el doble que el de las decenas. Determinar dicho número.

24.- Se tiene un lote de 60 productos de tocador, el cual consta de cepillos, desodorantes y jabones. Si se sabe que hay 10 desodorantes menos que la suma de los jabones y cepillos y que el número de cepillos más el de desodorantes es el doble del número de jabones, determinar la cantidad existente de cada uno de los productos mencionados.

25.- Las líneas 1, 2 y 3 del Sistema de Transporte Colectivo "metro", cuenta con un total de 65 trenes para proporcionar servicio a los usuarios. El número promedio de pasajeros que transporta cada tren es de 830 en la línea 1, 710 en la línea 2 y 280 en la línea 3, teniéndose un total de 42 700 pasajeros transportados en un solo viaje de los 65 trenes. El número de viajes que realiza cada tren por día, es de 36 en las líneas 1 y 2, y de 30 en la línea 3, efectuándose un total de 2250 viajes por día de operación. Determinar el número de trenes con que cuenta cada una de las líneas.

26.- La selección nacional de natación está formada por 50 nadadores, de las siguientes organizaciones: Comité Olímpico, Selección Estatal y Selección Regional. Se sabe que hay 16 nadadores menos del Comité Olímpico que la suma de los nadadores de la Selección Regional y de la Estatal. Además, el número de los nadadores de la Selección Regional más los del Comité Olímpico, es cuatro veces el número de nadadores de la Selección Estatal. Determinar la cantidad de nadadores de cada organización.

27.- El equipo de futbol americano de la Facultad de Ingeniería está formado por 50 jugadores que estudian las carreras de Ingeniería Civil, Mecánica y en Computación. Si hay 20 alumnos menos de Computación que la suma de Civiles y Mecánicos, y si el número de Civiles más los de Computación es cuatro veces el de Mecánicos, determinar el número de alumnos que estudian cada una de las tres carreras mencionadas.

28.- La UNAM destinó $1 360 000.00 a cien científicos de tres grupos de investigación A, B y C. Cada científico del grupo A recibió $20 000.00, cada científico del grupo B recibió $8 000.00 y cada científico del grupo C recibió $10 000.00. La asignación para todos los investigadores del grupo A fue cinco veces más que la asignación para los del grupo B. ¿Cuántos científico componen cada grupo de investigación?

---

29. La producción horaria de focos en una fábrica, utilizando tres máquinas A, B y C, es de 100 unidades. Para producir un foco con la máquina A, la fábrica paga un peso. Para la producción de una unidad con la máquina B el costo es de dos pesos y el costo unitario con la máquina C es de cuatro pesos. En total la fábrica paga por una hora de producción 105 pesos. ¿Cuántos focos debe producir cada máquina de tal manera que cada una de ellas produzca al menos un foco en una hora?

---

30.- Estufas Aspen fabrica tres modelos de estufas quemadoras de madera: la Sierra, la San Juan y la Colina Azul. Cada estufa debe pasar por tres etapas: corte, soldadura y acabado. El número total de horas de producción a la semana es de 135 para corte, 145 para soldadura y 140 para acabado. El número de horas requeridas en cada etapa para cada tipo de estufa aparece en la siguiente tabla:

| MODELO / ETAPA | Sierra | San Juan | Colina Azul |
|---|---|---|---|
| Corte | 4 | 4 | 1 |
| Soldadura | 3 | 5 | 1 |
| Acabado | 3 | 4 | 2 |

Determinar cuántas estufas de cada tipo deben fabricarse a la semana para que la compañía opere a plena capacidad de producción.

---

31.- Un turista tiene 140 monedas de distintos países. Las monedas son: liras italianas, francos franceses, marcos alemanes y chelines austriacos. La cantidad de liras y francos suman 80 monedas, los francos más los marcos son 50 en total, los marcos y los chelines son 60 monedas y sumando las liras y los marcos se tienen 50 monedas. ¿Cuántas monedas de cada tipo tiene el turista?

---

32.- . Un estudiante tiene 14 libros en un librero. Los libros son de Álgebra, Biología, Cálculo y Dibujo. Los libros de Álgebra y de Biología suman 8, los de Biología y de Cálculo son 5 en total, los de Cálculo más los de dibujo son 6 y sumando los de Álgebra y los de Cálculo se tienen 5. ¿Cuántos libros de cada asignatura tiene el estudiante?

---

33.- Calcular el área de un triángulo rectángulo que tiene las siguientes características: su perímetro es igual a 24 unidades, el triple del cateto mayor es cuatro veces el cateto menor y la suma del cateto mayor más el doble del menor es dos veces la hipotenusa.

---

34.- La empresa PUMA construirá tres tipos de viviendas (sencilla, normal y de lujo). En un mes se construyen 20 viviendas. En la zona norte se tienen 2 proyectos para la construcción de tipo sencillas y uno para viviendas normales, en total se construirán 27 casas habitación. En la zona sur se tiene un proyecto para la construcción de casas sencillas y tres proyectos para la construcción de casas de lujo, en total construirán 19 viviendas. ¿Cuántas viviendas de cada tipo se construirán en el mes en dicha empresa?

---

35.- Hugo, Paco y Luis tienen diferentes cantidades de dinero y entre todos reúnen \$1,100.00. Si al triple de lo que tiene Hugo se le agrega \$100.00 da el dinero que tiene Paco y si al doble de lo que tiene Paco se le resta \$200.00 se obtiene el dinero que tiene Luis. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

---

36.- Obtener los valores de los coeficientes $a, b$ y $c,$ de tal forma que los puntos dados en la tabla pertenezcan a la gráfica del polinomio $p(x) = ax^2 + bx + c.$

| $x$ | $p(x)$ |
|---|---|
| 1.0 | 16.0 |
| 1.5 | 16.5 |
| 2.0 | 16.0 |

---

37.- Gabriela (la panadera) vendió 120 piezas de pan entre pan de muerto, panqués y cocoles, la suma de los panes de muerto más los panqués es el doble que los cocoles; los panes de muerto y los cocoles cuestan 3 pesos y los panqués 5 pesos. Si lo que se juntó fueron 420 pesos, ¿cuántos panes fueron de cada uno?

38.- Se va a determinar la edad de tres niños, Antonio, Brenda y Cinthia. Considerando que la suma de las edades de Antonio y Brenda es igual a la edad de Cinthia más tres años, que la suma de las edades de Antonio y Cinthia es 17 años, y que la suma del doble de la edad de Brenda más la edad de Cinthia es igual a 22 años, ¿qué edad tiene cada niño?

39.- Rebeca vende cosméticos. Entre lunes, martes y miércoles vendió 20 productos. El lunes vendió 5 productos más que el martes. El miércoles vendió 4 productos más que el lunes. ¿Cuántos productos vendió cada día Rebeca?

40.- Luis necesita componentes electrónicos para su proyecto escolar. El capacitor cuesta 15 pesos, el diodo 20 pesos y la resistencia 5 pesos. El número de resistencias que necesita es el doble del número de los capacitores. El número de diodos que requiere es el triple que el número de las resistencias menos el doble del número de los capacitores. En total gastó 210 pesos.
Determinar ¿cuántos componentes de cada tipo compró?

RESPUESTAS

1) $a)\, k \neq 1$

$b)$ *No existe*

$c)\, k = 1$

2) $x = -1, y = 2, z = -3, w = -2$

3) $\gamma = -4$

4) $a)$ *No existe*

$b)\, a = 5$

$c)$ *No existe*

5) $a)\, k \neq 2$

$b)\, k = 2$

$c)$ *No existe*

6) $a)\, m \neq 2$

$b)$ *No existe*

$c)\, m = 2$

7) $a)\, k \neq 1$ y $k \neq 6$

$b)\, k = 1$

$c)\, k = 6$

8) $a)$ *Sistema compatible determinado cuya solución es:*

$$x = 1, \quad y = -1, \quad z = 2$$

*b) Sistema incompatible.*

*c) Sistema compatible determinado cuya solución es:*

$$x = -2, \quad y = 1, \quad z = -1, \quad w = 2$$

9) *En estos ejercicios las respuestas no son únicas.*

*a)* Si $z=k,\quad y=2+k,\quad x=-1-3k$ *solución general*

$z=0,\quad y=2,\quad x=-1$ *soluciones particulares*

$z=1,\quad y=3,\quad x=-4$

*b)* Si $z=k,\quad x=-9-k,\quad y=2$ *solución general*

$z=-1,\quad x=-8,\quad y=2$ *soluciones particulares.*

$z=1,\quad x=-10,\quad y=2$

*c)* Si $w=k,\quad z=k+3,\quad y=2k+1,\quad x=-k$ *solución general*

$w=0,\quad z=3,\quad y=1,\quad x=0$ *soluciones particulares*

$w=1,\quad z=4,\quad y=3,\quad x=-1$

*d)* Si $c=k,\quad b=\frac{9k-34}{18},\quad a=\frac{9k-64}{18},\quad d=\frac{7}{9}$ *solución general*

$c=0,\quad b=-\frac{34}{18},\quad a=-\frac{64}{18},\quad d=\frac{7}{9}$ *soluciones particulares*

$c=1,\quad b=-\frac{25}{18},\quad a=--\frac{55}{18},\quad d=\frac{7}{9}$

10) *a)* Si $z=k,\quad y=k,\quad x=-k$ *solución general.*

*b)* $x=0,\quad y=0,\quad z=0$

*c)* $x=0,\quad y=0,\quad z=0,\quad w=0$

*d)* Si $z=22k,\quad w=17k,\quad y=-k,\quad x=-3k$ *solución general*

11) Si $w=k,\quad z=2-k,\quad y=3k,\quad x=1+2k$ *solución general*

12) $k_1=1$ y $k_2=-\frac{1}{2}$

13) *a)* $\forall\, k\in\mathbb{R}$ con $k\neq 0$ y $k\neq 5$

*b)* $k=5$

*c)* $k=0$

14) $k=2$

15) $a)\ \forall\, k \in \mathbb{R}\ con\ k \neq 2\ y\ k \neq -5$
 $b)\ k=2$
 $c)\ k=-5$

16) $a)\ \forall\, k \in \mathbb{R}\ con\ k \neq -1$
 $b)\ k=1$
 $c)$ *No existen valores de k.*

17) $a)\ \forall\, k \in \mathbb{R}\ con\ k \neq 1\ y\ k \neq -2$
 $b)\ k=-2$
 $c)\ k=1$

18) $a)\ \forall\, k \in \mathbb{R}\ con\ k \neq 2\ y\ k \neq 4$
 $b)$ *No existen valores de k*
 $c)\ k=2\ y\ k=4$

19) $a)\ \forall\, k \in \mathbb{R}\ con\ k \neq 1\ y\ k \neq -2$
 $b)\ k=1$
 $c)\ k=-2$

20) $a)\ \forall\, k \in \mathbb{R}\ con\ k \neq 1\ y\ k \neq -3$
 $b)\ k=1$
 $c)\ k=-3$

21) $a=3,\quad b=-1\ \ y\ \ c=8$

22) $a=\dfrac{1}{2},\quad b=-\dfrac{3}{2}\ \ y\ \ c=1$

23) *El número es* 423

24) 15 *cepillos.*
 25 *desodorantes.*
 20 *jabones.*

25) $Línea\ 1,\ 25\ trenes.$
$Línea\ 2,\ 25\ trenes.$
$Línea\ 3,\ 15\ trenes.$

26) $Comité\ Olímpico:\ 17\ nadadores.$
$Selección\ Estatal:\ 10\ nadadores.$
$Selección\ Regional:\ 23\ nadadores.$

27) $Alumnos\ de\ Ingeniería\ Civil:\ 25$
$Alumnos\ de\ Ingeniería\ Mecánica:\ 10$
$Alumnos\ de\ Ingeniería\ en\ Computación:\ 15$

28) $Grupo\ A:\ 40\ científicos.$
$Grupo\ B:\ 20\ científicos.$
$Grupo\ C:\ 40\ científicos.$

29) $Máquina\ A:\ 97\ focos.$
$Máquina\ B:\ 2\ focos.$
$Máquina\ C:\ 1\ foco.$

30) $Estufas\ modelo\ Sierra:\ 10$
$Estufas\ modelo\ San\ Juan:\ 20$
$Estufas\ modelo\ Colina\ Azul:\ 15$

31) $40\ liras.$
$40\ francos.$
$10\ marcos.$
$50\ chelines.$

32) $4\ libros\ de\ Álgebra.$
$4\ libros\ de\ Bilogía.$
$1\ libro\ de\ Cálculo.$
$5\ libros\ de\ dibujo.$

33) $A = 24$ unidades cuadradas

34) $Sencillas = 10$
$Normales = 7$
$Lujo = 3$

35) $Hugo = \$100$
$Paco = \$400$
$Luis = \$600$

36) $a = -2$
$b = 6$
$c = 12$

37) $Panes\, de\, muerto = 50$
$Panqués = 30$
$Cocoles = 40$

38) $Antonio = 7\, AÑOS$
$Brenda = 6\, AÑOS$
$Cinthia = 10\, AÑOS$

39) $Lunes = 7\ \ PRODUCTOS$
$Martes = 2\ \ PRODUCTOS$
$Miércoles = 11\, PRODUCTOS$

40) $Capacitores = 2$
$Diodos = 8$
$Resistencias = 4$