



SERIE TEMA 6: "MATRICES Y DETERMINANTES"

1- Para las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 5 & a & 7 \\ 0 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \\ b & 1 & 3 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & 0 & c \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

determinar los valores a, b, c que verifican la igualdad $A + 3B = 2C$

2.- Para las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

calcular, de ser posible, AB, BA, BC, CB, ABC, CBA y BCA .

3.- Para las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 1 \\ -1 & 2 & b_{23} \\ -2 & 3 & b_{33} \end{bmatrix}$$

Determinar los valores de b_{11}, b_{23} y b_{33} que satisfacen la igualdad $AB = I$.

4.- Para las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obtener el producto AB ¿Puede decirse que A es inversa de B ? ¿Por qué?



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

5.- Obtener, si existe, por medio del método de operaciones elementales, la inversa de las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2-i \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

6.- Determinar para qué valores de m la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & m \\ m & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ no admite matriz inversa.

7.- Para qué valores de x la matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & x & x \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ no admite matriz inversa.

8.- Obtener la matriz que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A^{-1}XB - B = -A^{-1}X$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

9.- Descomponer la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & -5 \\ 8 & 8 & 13 \\ -3 & 10 & 5 \end{bmatrix}$ en la suma de la matriz identidad, una matriz simétrica

y otra matriz triangular superior.

10.- Para la matriz triangular $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ determinar A^{-1}

11.- Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 9 & 4x \end{bmatrix}$ y D, donde esta última es de

orden 2 y tal que $tr(D) = -6$. Determinar el valor de x si $tr(AB) = tr(C + D)$

12.- Obtener la inversa de las siguientes matrices diagonales

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} \frac{3}{11} & 0 \\ 0 & \frac{12}{5} \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

13.- Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & m-2 & 0 & 30 \\ -1 & 0 & n-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -m \end{bmatrix}$$

Obtener el conjunto de valores de m y el conjunto de valores de n tal que A sea singular y $\text{tr}A = 3$.

14.- Si $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, calcular $\text{tr}(A^2)$

15.- Determinar dos matrices diferentes de orden 2 tales que $\text{tr}(A) = \text{tr}(B)$

16.- Definir cuándo una matriz es triangular superior y al mismo tiempo triangular inferior

17.- Calcular la matriz transpuesta de:

$$a) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} ; b) B = \begin{bmatrix} -2+3i & 8 & \frac{7}{12} \\ 0 & \frac{1}{4} & -2 \\ \frac{3}{4} & 0 & -i \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

18.- Obtener las matrices conjugadas de:

$$a) A = \begin{bmatrix} i & i \\ i & -i \end{bmatrix}; \quad b) B = \begin{bmatrix} i & 1-i & 0 \\ -i & 0 & 6 \\ 7-5i & 8 & 9i \end{bmatrix}$$

19.- Obtener la matriz conjugada-transpuesta de cada una de las siguientes matrices.

$$a) A = \begin{bmatrix} i & i \\ i & -i \end{bmatrix}; \quad b) B = \begin{bmatrix} -2+3i & 8 & \frac{7}{12} \\ 0 & \frac{1}{4} & -2 \\ \frac{3}{4} & 0 & -i \end{bmatrix}$$

20.- Demostrar que toda matriz cuadrada multiplicada por su transpuesta es una matriz simétrica.

21.- Dada una matriz cuadrada A demostrar que $A - A^*$ es una matriz antihermitiana,

22.- Determinar si las siguientes matrices son hermitianas o antihermitianas.

$$A = \begin{bmatrix} -i & -5 & -2-i \\ 5 & 3i & -i \\ 2-i & -i & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 2+i \\ 5 & 3 & i \\ 2-i & -i & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -i & 1+2i & 3-4i \\ -1+2i & 2i & 2i \\ -3-4i & 2i & 7i \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -i & 2+i \\ i & 1 & -1-2i \\ 2-i & -1+2i & -4 \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

23.- Obtener los valores de a y b para que la matriz A sea una matriz ortogonal

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a & -\frac{2}{\sqrt{6}} & b \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

24.- Para las siguientes matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} i & -1 & 3 \\ -i & i & 4i \\ -2i & 2+i & -2i \end{bmatrix}$$

- Verificar que $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$
- Verificar que $(A+B)^T = A^T + B^T$
- Verificar que $(AB)^T = B^T A^T$
- Obtener una matriz antisimétrica a partir de A y A^T
- Verificar que $\overline{A+C} = \overline{A} + \overline{C}$
- Verificar que $(BC)^* = C^* B^*$
- Obtener una matriz hermitiana a partir de C y C^*

25.- Sabiendo que $|A| = 5$, calcular los determinantes de las matrices B y C .

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2x & 2y & 2z \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 3x+3 & 3y & 3z+2 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{bmatrix}$$

26.- Si el valor del determinante $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ u & v & w \end{bmatrix} = 25$, calcular el valor de $B = \begin{bmatrix} 2a & 2c & 2b \\ 2u & 2w & 2v \\ 2p & 2r & 2q \end{bmatrix}$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

27.- Demostrar sin desarrollar que los siguientes determinantes valen cero.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & a+c \\ 1 & c & a+b \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} a & 3a & 4a \\ a & 5a & 6a \\ a & 7a & 8a \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{bmatrix}$$

28.- Aplicando las propiedades de los determinantes, calcular:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & a+3 & b+4 \\ 2 & c+3 & d+4 \end{bmatrix}$$

29.- Calcular el valor del siguiente determinante por medio de cofactores.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & 3 \\ 9 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

30.- Obtener por medio de la Regla de Sarrus el determinante de la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

31.- Calcular el determinante de la siguiente matriz por medio de cofactores.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

32.- Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 3 \\ 9 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

- Obtener el determinante de A
- Intercambiar el renglón 1 por el renglón 3 y obtener el determinante de la matriz
- Multiplicar por 3 la columna 2 y calcular el determinante de la matriz
- Sumar el renglón 2 al renglón 3 y calcular el determinante de la matriz
- Multiplicar toda la matriz por 2 y calcular su determinante
- Eliminar el renglón 2 de la matriz y en su lugar repetir el renglón 3 y calcular el determinante de la matriz
- Sustituir la columna 3 por una columna de ceros y calcular el determinante de la matriz

33.- Calcular el determinante de la matriz A por el método de condensación.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -5 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

34.- Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Obtener:

- el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que el determinante de A sea 5.
- la traza de la matriz A .

35.- Sea la matriz

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ a & a & 1 & 1 \\ a & a & a & 1 \\ a & a & a & a \end{bmatrix}$$

Obtener los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que el determinante de A sea igual a cero.

36.- Sean la matriz $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & m \end{bmatrix}$ y el $\det(A) = -2$. Calcular el valor de la siguiente expresión

$$\left| 2A^{-1}A^T \right| + \begin{vmatrix} 2a & c & 3b \\ 2d & f & 3e \\ 2g & m & 3h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & b \\ d & e & e \\ g & h & h \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

37.- Calcular la matriz inversa de A por medio de la adjunta y resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales aplicando la fórmula $X = A^{-1}B$.

$$\begin{aligned} -x + 3y - 2z &= 1 \\ x - 2y + z &= -2 \\ 2x + 2y - z &= -1 \end{aligned} \Rightarrow \text{Si } A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

38.- Sea la matriz

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Obtener la matriz adjunta de F .
- A partir de la adjunta de F determinar el valor de su determinante.
- Obtener la inversa de F a partir de su adjunta y su determinante.
- A partir de la definición de adjunta de una matriz, explicar por qué las matrices cuyo determinante vale cero, no tienen inversa.

39.- Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$$

- Obtener la inversa de la matriz A utilizando el método de la adjunta.
- Determinar los valores de x , y , z para los cuales se cumple que $AB = C$.

40.- Haciendo uso de la matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ demostrar que

$$\text{Si } \det A \neq 0, \text{ entonces } A[\text{Adj}A] = (\det A)I_n \Rightarrow A^{-1} = \frac{\text{Adj}A}{\det A}$$

$$\text{y que } A[\text{Adj}A] = (\det A)I_n \Rightarrow I_n = \frac{A[\text{Adj}A]}{(\det A)}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

41.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando Regla de Cramer

$$\begin{aligned}2x - 3y + z &= 5 \\ -x + y - 2z &= 3 \\ x + 2y - 4z &= 9\end{aligned}$$

42. Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando la regla de Cramer

$$\begin{aligned}2x - 3y + 4z &= 1 \\ x + 6z &= 0 \\ 3x - 2y &= 5\end{aligned}$$

43.- Resolver el sistema de ecuaciones lineales usando la regla de Cramer

$$\begin{aligned}x + y + z + w &= 0 \\ y - z &= 0 \\ x + 2z &= 1 \\ z + w &= 1\end{aligned}$$

44.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$ABX - \left(\frac{1}{297} \det(AB) \operatorname{tr} C^T \right) D = XC^T$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = \operatorname{diag}(-1 \ 2 \ 3)$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

45.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$(trA)X + \frac{1}{\det B}(Adj B)A^* = B^{-1}AX - CX$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ i & -1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3i & 2 \end{bmatrix}$$

46.- Determinar la matriz X para la que se verifica:

$$A^2X = \frac{1}{2}(A + BC^T)$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

47.- Si se sabe que D es una matriz ortogonal, determinar la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$\frac{1}{2}(D^{-1}X^{-1})^{-1} + (\det \bar{B})C = -\frac{1}{2}XD + i tr(A)I$$

donde:

$$A = \begin{bmatrix} 4i & 3+5i \\ 2 & -5i \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -i & -1 \\ -1 & i \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

48.- Obtener la matriz X que satisface la siguiente ecuación matricial

$$A(B^T X)^T - C^* = (\det B)A^2 - X^T BA$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & i \\ 0 & -8i \end{bmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

49.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$B^T A B + \frac{\text{tr}(C)}{\det(A^{-1})} X^T = C$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2i & i \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1+i & i \\ i & -i \end{bmatrix}$$

50.- Obtener la matriz X que satisface la ecuación matricial

$$A^* X = A^{-1} B + \det(A) I$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

51.- Determinar la matriz X que satisface la ecuación

$$X A^T + 3B = (\det(C)) A - (\text{tr}(B)) C^*$$

si,

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

52.- Determinar la matriz S que satisface la ecuación

$$C^T S = [\det(2C)] (AB)^{-1} S - D$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ i & -2+i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2-i & 1+i \\ i & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 22 \end{pmatrix}.$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

RESPUESTAS

1) $a = -2, b = \frac{8}{3}, c = 3$

2) $AB = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, BA \text{ no existe}, BC = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}, CB = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

$ABC = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 11 \\ 9 & 12 & -1 \\ -1 & -5 & 5 \end{pmatrix}, CBA \text{ no existe}, BCA = \begin{pmatrix} 6 & 8 & -2 \\ 1 & 4 & -5 \\ 8 & 0 & 16 \end{pmatrix}$

3) $b_{11} = 0, b_{23} = 3, b_{33} = 5$

4) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

A no es la inversa de B. B no tiene inversa dado que no es una matriz cuadrada.

5) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B^{-1} \text{ no existe}, C^{-1} \text{ no existe}$

6) $m = \pm\sqrt{7}i$

7) $x = 0$

8) $X = \begin{pmatrix} 3 & -\frac{3}{2} \\ 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

9) $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -5 \\ 8 & 8 & 13 \\ -3 & 10 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 8 & 7 & 10 \\ -3 & 10 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

10) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -8 & 1 & 0 \\ 19 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

11) $x = 3$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

12) $A^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{3}\right)$, $B^{-1} = \text{diag}\left(-\frac{5}{4}, -i, \frac{1}{7}\right)$, C^{-1} no existe,

$$D^{-1} = \text{diag}\left(\frac{11}{3}, \frac{5}{12}\right), E^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right)$$

13) $m_1 = 0, m_2 = 2, n = 5$

14) $\text{tr}(A^2) = 8$

15) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{tr}(A) = \text{tr}(B) = 4$ (La respuesta no es única)

16) Una matriz es triangular superior e inferior si es diagonal.

17) a) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$, b) $B^T = \begin{pmatrix} -2+3i & 0 & \frac{3}{4} \\ 8 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{7}{12} & -2 & -i \end{pmatrix}$

18) a) $\bar{A} = \begin{bmatrix} -i & -i \\ -i & i \end{bmatrix}$; b) $\bar{B} = \begin{bmatrix} -i & 1+i & 0 \\ i & 0 & 6 \\ 7+5i & 8 & -9i \end{bmatrix}$

19) a) $A^* = \begin{bmatrix} -i & -i \\ -i & i \end{bmatrix}$; b) $B^* = \begin{bmatrix} -2-3i & 0 & \frac{3}{4} \\ 8 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{7}{12} & -2 & i \end{bmatrix}$

20) A criterio del profesor.

21) A criterio del profesor.

22) A y C antiermitianas.

B y D hermitianas.

23) $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $b = 0$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

24) a) $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA) = 13$

$$b) (A+B)^T = A^T + B^T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$c) (AB)^T = B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 11 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e) \overline{(A+C)} = \bar{A} + \bar{C} = \begin{pmatrix} 1-i & -1 & 4 \\ 1+i & -1-i & -4i \\ 2+2i & 1-i & 3+2i \end{pmatrix}$$

$$g) \begin{pmatrix} 0 & -1+i & 3+2i \\ -1-i & 0 & 2+3i \\ 3-2i & 2-3i & 0 \end{pmatrix}$$

$$f) (BC)^* = C^* B^* = \begin{pmatrix} i & -4i & 5i \\ 1-i & -3+i & 6-2i \\ 3+2i & 9+4i & 10i \end{pmatrix}$$

25) $\det(B) = 5, \det(C) = 5$

26) $\det(B) = 200$

27) A criterio del profesor.

28) $\det(A) = 0, \det(B) = 1, \det(C) = 2(ad - bc)$

29) $\det(A) = 90$

30) $\det(A) = 13$

31) $\det(A) = -8$

32) a) $\det(A) = 81, b) -81, c) 243, d) 81, e) 648, f) 0, g) 0$

33) $\det(A) = 280$

34) a) $a = \frac{3}{2}, b) \text{tr}(A) = \frac{7}{2}$

35) $a = 0, a = 1$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

36) 4

$$37) X = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$38) a) \text{Adj}(F) = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 \\ 8 & -4 & 2 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b) \det(F) = 6$$

$$c) F^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$d) F^{-1} = \frac{1}{\det(F)} \text{Adj}(F). \text{ Para que exista } F^{-1} \text{ de la fórmula se deduce que } \det(F) \neq 0$$

$$39) a) A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) x=3, y=2, z=3$$

$$40) \text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (\det A) I_3$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{\det(A)} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 3 & 5 & -1 \\ 6 & 8 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -1 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} \\ -2 & -\frac{8}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \frac{\text{Adj}(A)}{\det(A)} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



FACULTAD DE INGENIERÍA
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
DEPARTAMENTO DE ÁLGEBRA

$$41) x = 1, y = -2, z = -3$$

$$42) x = \frac{39}{19}, y = \frac{11}{19}, z = -\frac{13}{38}$$

$$43) x = -3, y = 2, z = 2, w = -1$$

$$44) X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \\ -3 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$45) X = \begin{pmatrix} 2 & -2i \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$46) X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$47) X = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$48) X = \begin{pmatrix} 0 & -0.5 - 4.5i \\ 0 & 1 + 8.5i \end{pmatrix}$$

$$49) X = \begin{pmatrix} 4 + 3i & 2 - i \\ 2 + i & 1 + i \end{pmatrix}$$

$$50) X = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$51) X = \begin{pmatrix} 8 & -\frac{3}{2} \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$52) X = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Departamento de Álgebra