FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO VECTORIAL
PRIMER EXAMEN FINAL

TIPO A

SEMESTRE: 2024-1
7 DE DICIEMBRE DE 2023 DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre:______________________________ No. de cuenta:________________ Firma:________________

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno, ni formulario.

1.- Para la función definida por:

$$f(x,y)=\frac{2}{3}y^3-x^2-8y+x$$

Determinar:
a) Los puntos críticos de la función f.
b) La naturaleza de los puntos críticos de f.

20 puntos

2.- Al despegarse del suelo, un avión se desplaza a lo largo de la trayectoria descrita por

$$\bar{r}(t)=\left(4-3t^2\right)i+5j+\left(4t^2\right)k$$

Determinar la posición del avión en el instante en el que ha recorrido 40 unidades de longitud desde el punto $A(1,5,4)$.

10 puntos

3. Sea el sistema de coordenadas curvilíneas definido por

$$T:\begin{cases} u=-x+3y \\ v=3x+y \end{cases}$$

Determinar:
a) Si el sistema de coordenadas (u,v) es ortogonal.
b) Los vectores unitarios $\bar{e}_u, \bar{e}_v$.
c) Los factores de escala h_u, h_v.
d)El jacobiano $J\left(\frac{x,y}{u,v}\right)$.

20 puntos

4.- Calcular el trabajo que efectúa el campo de fuerzas

$$\overline{F}(x,y,z) = -\left(2y^2\cos(z)\right)i - \left(4xy\cos(z)\right)j + \left(2xy^2 sen(z)\right)k$$

al desplazar una partícula del punto $A\left(\sqrt{2},1,\frac{\pi}{4}\right)$ al punto $B\left(\sqrt{2},2,\frac{3\pi}{4}\right)$ a lo largo de la recta que los une.

20 puntos

5.- Calcular $\iint_R 4e^{2x^2+2y^2}\,dA$ donde R es la región del plano XY limitada por las circunferencias de ecuaciones $x^2+y^2=4,\ \ x^2+y^2=9$.

15 puntos

6.- Obtener el flujo neto del campo vectorial $\overline{F}(x,y,z) = (4xyz)i + \left(x^2y\right)j - \left(2yz^2\right)k$ a través de la superficie cerrada formada por las superficies $z=0$ y $z=4-x^2-y^2$.

15 puntos

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO VECTORIAL
PRIMER EXAMEN FINAL

TIPO B

SEMESTRE: 2024-1
7 DE DICIEMBRE DE 2023 DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre:______________________ No. de cuenta:______________ Firma:______________

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno, ni formulario.

1.- Para la función definida por:

$$f(x,y)=\frac{2}{3}x^3-y^2-8x+y$$

Determinar:
a) Los puntos críticos de la función f.
b) La naturaleza de los puntos críticos de f.

15 puntos

2.- Al despegarse del suelo, un avión se desplaza a lo largo de la trayectoria descrita por

$$\bar{r}(t)=5i+\left(4t^2\right)j+\left(4-3t^2\right)k$$

Determinar la posición del avión en el instante en el que ha recorrido 75 unidades de longitud desde el punto $A(5,4,1)$.

15 puntos

3. Sea el sistema de coordenadas curvilíneas definido por

$$T:\begin{cases} u=2x+y \\ v=-3x+6y \end{cases}$$

Determinar:
a) Si el sistema de coordenadas (u,v) es ortogonal.
b) Los vectores unitarios $\bar{e}_u,\bar{e}_v$.
c) Los factores de escala h_u,h_v.
d)El jacobiano $J\left(\frac{x,y}{u,v}\right)$.

20 puntos

4.- Calcular el trabajo que efectúa el campo de fuerzas

$$\overline{F}(x,y,z) = -\left(2y^2\cos(z)\right)i - \left(4xy\cos(z)\right)j + \left(2xy^2 sen(z)\right)k$$

al desplazar una partícula del punto $A\left(2,1,\frac{\pi}{2}\right)$ al punto $B(1,2,\pi)$ a lo largo de la recta que los une.

20 puntos

5.- Calcular $\iint\limits_R 6e^{3x^2+3y^2}\,dA$ donde R es la región del plano XY limitada por las circunferencias de ecuaciones $x^2+y^2=9,\ \ x^2+y^2=16$.

15 puntos

6.- Obtener el flujo neto del campo vectorial $\overline{F}(x,y,z) = \left(y^2x\right)i + \left(6xyz^2\right)j - \left(2xz^3\right)k$ a través de la superficie cerrada formada por las superficies $z=0$ y $z=4-x^2-y^2$.

15 puntos