



FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO VECTORIAL
PRIMER EXAMEN FINAL

TIPO A



SEMESTRE: 2024-1
7 DE DICIEMBRE DE 2023

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre: _____ No. de cuenta: _____ Firma: _____

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno, ni formulario.

1.- Para la función definida por:

$$f(x, y) = \frac{2}{3}y^3 - x^2 - 8y + x$$

Determinar:

- Los puntos críticos de la función f .
- La naturaleza de los puntos críticos de f .

20 puntos

2.- Al despegarse del suelo, un avión se desplaza a lo largo de la trayectoria descrita por

$$\vec{r}(t) = (4 - 3t^2)\mathbf{i} + 5t\mathbf{j} + (4t^2)\mathbf{k}$$

Determinar la posición del avión en el instante en el que ha recorrido 40 unidades de longitud desde el punto $A(1, 5, 4)$.

10 puntos

3. Sea el sistema de coordenadas curvilíneas definido por

$$T: \begin{cases} u = -x + 3y \\ v = 3x + y \end{cases}$$

Determinar:

- Si el sistema de coordenadas (u, v) es ortogonal.
- Los vectores unitarios \vec{e}_u, \vec{e}_v .
- Los factores de escala h_u, h_v .

d) El jacobiano $J\left(\frac{x, y}{u, v}\right)$.

20 puntos

4.- Calcular el trabajo que efectúa el campo de fuerzas

$$\vec{F}(x, y, z) = -(2y^2 \cos(z))i - (4xy \cos(z))j + (2xy^2 \operatorname{sen}(z))k$$

al desplazar una partícula del punto $A\left(\sqrt{2}, 1, \frac{\pi}{4}\right)$ al punto $B\left(\sqrt{2}, 2, \frac{3\pi}{4}\right)$ a lo largo de la recta que los une.

20 puntos

5.- Calcular $\iint_R 4e^{2x^2+2y^2} dA$ donde R es la región del plano XY limitada por las circunferencias de ecuaciones $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$.

15 puntos

6.- Obtener el flujo neto del campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (4xyz)i + (x^2y)j - (2yz^2)k$ a través de la superficie cerrada formada por las superficies $z = 0$ y $z = 4 - x^2 - y^2$.

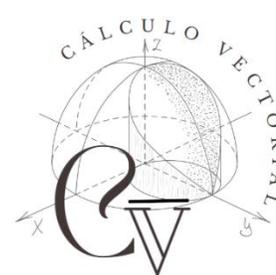
15 puntos



FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO VECTORIAL
PRIMER EXAMEN FINAL

TIPO B



SEMESTRE: 2024-1
7 DE DICIEMBRE DE 2023

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre: _____ No. de cuenta: _____ Firma: _____

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno, ni formulario.

1.- Para la función definida por:

$$f(x, y) = \frac{2}{3}x^3 - y^2 - 8x + y$$

Determinar:

- Los puntos críticos de la función f .
- La naturaleza de los puntos críticos de f .

15 puntos

2.- Al despegarse del suelo, un avión se desplaza a lo largo de la trayectoria descrita por

$$\vec{r}(t) = 5i + (4t^2)j + (4 - 3t^2)k$$

Determinar la posición del avión en el instante en el que ha recorrido 75 unidades de longitud desde el punto $A(5, 4, 1)$.

15 puntos

3. Sea el sistema de coordenadas curvilíneas definido por

$$T: \begin{cases} u = 2x + y \\ v = -3x + 6y \end{cases}$$

Determinar:

- Si el sistema de coordenadas (u, v) es ortogonal.
- Los vectores unitarios \vec{e}_u, \vec{e}_v .
- Los factores de escala h_u, h_v .

d) El jacobiano $J\left(\frac{x, y}{u, v}\right)$.

20 puntos

4.- Calcular el trabajo que efectúa el campo de fuerzas

$$\bar{F}(x, y, z) = -(2y^2 \cos(z))i - (4xy \cos(z))j + (2xy^2 \operatorname{sen}(z))k$$

al desplazar una partícula del punto $A\left(2, 1, \frac{\pi}{2}\right)$ al punto $B(1, 2, \pi)$ a lo largo de la recta que los une.

20 puntos

5.- Calcular $\iint_R 6e^{3x^2+3y^2} dA$ donde R es la región del plano XY limitada por las circunferencias de ecuaciones $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 16$.

15 puntos

6.- Obtener el flujo neto del campo vectorial $\bar{F}(x, y, z) = (y^2x)i + (6xyz^2)j - (2xz^3)k$ a través de la superficie cerrada formada por las superficies $z = 0$ y $z = 4 - x^2 - y^2$.

15 puntos