



FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO VECTORIAL
PRIMER EXAMEN FINAL



SEMESTRE: 2024-2
27 DE MAYO DE 2024

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre: _____ No. de cuenta: _____ Firma: _____

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno, ni formulario.

1.- Usar el método de los multiplicadores de Lagrange para determinar las coordenadas del punto $P(x, y, z)$ que pertenece al paraboloides hiperbólico de ecuación $z - 4x^2 + 4y^2 - 5 = 0$ y que es el más cercano al origen.

20 puntos

2.- Sea la curva

$$C: \bar{r}(t) = (e^{2t})i + (\cos 2t)j + 4k$$

Determinar el valor de la curvatura en el punto $P(e^{2\pi}, 1, 4)$.

20 puntos

3. Sea el sistema de coordenadas curvilíneas (u, v, w) definido por

$$T: \begin{cases} u = x - 4y + z \\ v = x - z \\ w = 2x + y + 2z \end{cases}$$

a) Determinar si el sistema de coordenadas (u, v, w) es ortogonal.

b) Obtener a los vectores $\hat{e}_u, \hat{e}_v, \hat{e}_w$.

c) Transformar al vector $\bar{u} = 2i + j + 2k$ a la base $\{\hat{e}_u, \hat{e}_v, \hat{e}_w\}$ utilizando las ecuaciones de transformación T .

20 puntos

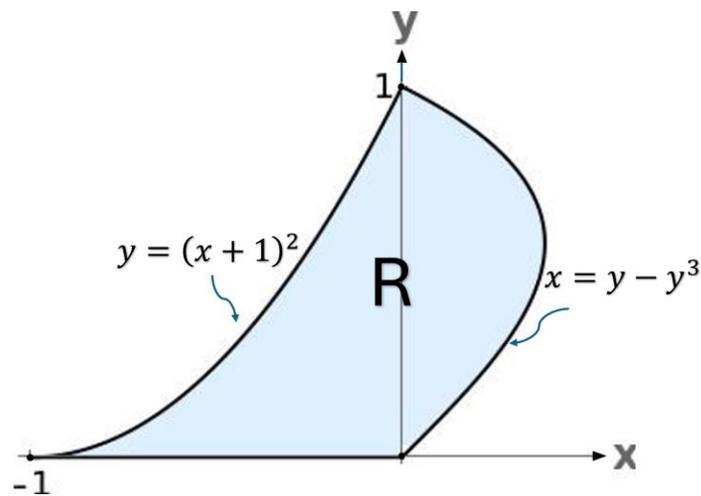
4.- Sea el campo vectorial

$$\vec{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$$

Determinar $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ a lo largo de trayectoria dada por $C: \begin{cases} x = y^2 \\ z = 0 \end{cases}$ del punto $O(0,0,0)$ al punto $P(2, \sqrt{2}, 0)$.

20 puntos

5.- Usando integrales dobles calcular el área de la región R mostrada en la figura siguiente:



20 puntos

¡No olvides colocar tu nombre en todas las hojas que entregues!