FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO VECTORIAL
PRIMER EXAMEN FINAL
**TIPO A**

SEMESTRE: 2025-1
26 DE NOVIEMBRE DE 2024

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre:________________________ No. de cuenta:____________ Firma:____________

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno.

1.- Obtener los valores extremos de la función $\boldsymbol{f(x,y)=2x^2+y^2}$ en la región definida por $\boldsymbol{R=\left\{(x,y)\middle|x^2+2y^2\le 1\right\}}$.

**15 puntos**

2.- Sea la curva C de ecuación vectorial $\boldsymbol{\bar{r}(t)=(3cost)i+(3sent)j+4tk}$

a) Obtener la ecuación vectorial de C en términos de su longitud de arco $\boldsymbol{s}$.

b) Determinar a los vectores $\hat{T}$, $\hat{N}$ y $\hat{B}$ en el punto $C(-3,0,4\pi)$.

**20 puntos**

3. Sea el sistema de coordenadas curvilíneas $(u,v)$ definido por

$$T:\begin{cases}\boldsymbol{u=x-\sqrt{3}y}\\ \boldsymbol{v=\sqrt{3}x+y}\end{cases}$$

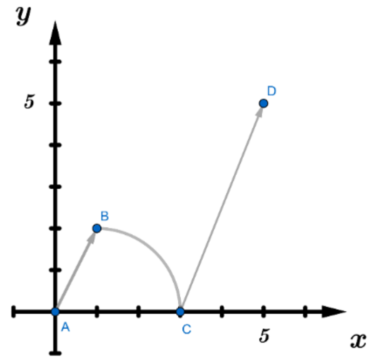
a) Determinar si el sistema de coordenadas $(u,v)$ es ortogonal.

b) Obtener a los vectores $\hat{e}_u,\hat{e}_v$ y los factores de escala $h_u,h_v$.

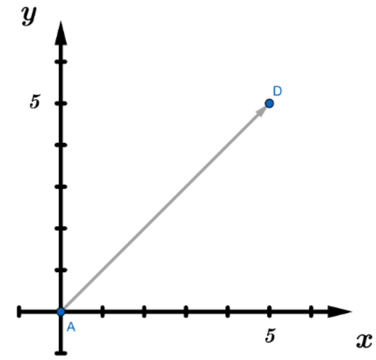
c) Calcular el Jacobiano $J\left(\frac{x,y}{u,v}\right)$.

**15 puntos**

4. Dos partículas se encuentran en un punto inicial $\boldsymbol{A(0,0)}$ como se muestra en las figuras.




Trayectoria $C_1$




Trayectoria $C_2$

Repentinamente son sometidas a un campo de fuerzas descrito por

$$\overline{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{6xy})\hat{\boldsymbol{\imath}} + (\boldsymbol{3x^2})\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \boldsymbol{0}\hat{\boldsymbol{k}}$$

y son desplazadas a lo largo de sus respectivas trayectorias hasta un punto final $\boldsymbol{D(5,5)}$.

A cada afirmación colocar si es verdadera o falsa. Será necesario justificar su respuesta.

Afirmación 1: $\overline{\nabla} \times \overline{F} = \overline{0}$.____________________________
Afirmación 2: El trabajo realizado por el campo sobre la trayectoria $C_1$ es mayor que el realizado sobre la trayectoria $C_2$.______________________
Afirmación 3: El trabajo que realizó el campo sobre la trayectoria de la derecha es $\boldsymbol{W = 375[u.t.]}$____________________________________

**15 puntos**

---

5.- Utilice integrales dobles para calcular el área de la región delimitada por uno de los pétalos de la rosa de ecuación $\boldsymbol{r = 2sen(3\theta)}$.

**15 puntos**

---

6. Mediante el teorema de Stokes calcular la circulación del campo vectorial $\vec{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{y^2}\hat{\boldsymbol{\imath}} + \boldsymbol{x}\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \boldsymbol{z}\hat{\boldsymbol{k}}$ a lo largo de la curva de ecuaciones $\boldsymbol{C}: \begin{cases} \boldsymbol{x^2 + y^2 = 1} \\ \boldsymbol{z = x^2 + y^2} \end{cases}$

**20 puntos**

**¡No olvides colocar tu nombre en todas las hojas que entregues!**