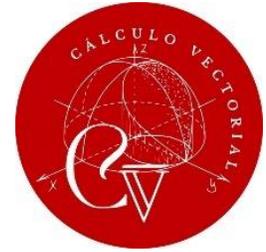




FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS



CÁLCULO VECTORIAL
SEGUNDO EXAMEN FINAL
TIPO A

SEMESTRE: 2025-1
3 DE DICIEMBRE DE 2024

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre: _____ No. de cuenta: _____ Firma: _____

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno.

1.- Determinar la naturaleza de los puntos críticos de la función definida por:

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + y^2 + 2x + 4y.$$

15 puntos

2.- Sea la curva C de ecuación vectorial $\vec{r}(t) = (1 - \sqrt{8} \cos(t))\hat{i} + (1 - \sqrt{8} \cos(t))\hat{j} + (4 \operatorname{sen}(t))\hat{k}$

Determinar en el punto $P(1,1,4)$:

- El vector tangente unitario a la curva C.
- La curvatura y el radio de curvatura.
- La ecuación cartesiana del plano osculador.

15 puntos

3. Sea la transformación $T: \begin{cases} u = x - 2y \\ v = x + 2y \end{cases}$

Determinar:

- Si el sistema de coordenadas (u, v) es ortogonal.
- El Jacobiano de la transformación $J\left(\frac{x, y}{u, v}\right)$.
- Las ecuaciones para la transformación inversa de T.
- Los factores de escala h_u, h_v .
- Los vectores \hat{e}_u, \hat{e}_v .

20 puntos

4. Sea el campo de fuerzas descrito por

$$\bar{F}(r, \theta) = 4r^3 \text{sen}(\theta) \hat{e}_r + r^3 \text{cos}(\theta) \hat{e}_\theta$$

Determinar el trabajo que realiza dicho campo al desplazar una partícula desde el punto $A(0,0)$ hasta el punto $B\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$ a lo largo de la recta que los une. Tanto el campo como los puntos están expresados en coordenadas polares.

15 puntos

5.- Obtener:

$$I = \iint_R \cos\left(\frac{\pi}{2}(x^2 + y^2)\right) dx dy$$

donde R es la región del primer cuadrante del plano “XY” entre las circunferencias con centro en el origen y de radios 1 y 2 respectivamente.

15 puntos

6. Calcular el flujo neto del campo vectorial $\bar{F}(x, y, z) = (x^2 y^2 + 3x) \hat{i} + \left(-\frac{2}{3}xy^3 + 3y\right) \hat{j} + (3z) \hat{k}$ a través de la superficie cerrada definida por un cilindro circular recto con tapas de radio 2 y de altura 8.

20 puntos

¡No olvides colocar tu nombre en todas las hojas que entregues!

