SERIE # 4

CÁLCULO VECTORIAL

CÁLCULO VECTORIAL
SERIE 4

1) Calcular $\int_0^1 \int_0^2 x\,y\ dy\,dx$.

SOLUCION

1

2) Evaluar la integral doble $\iint_R x^2\sqrt{9-x^2}\ dA$, donde R es la región circular limitada por la circunferencia $x^2+y^2=9$.

SOLUCION

$\dfrac{648}{15}$

3) Calcular el valor de $\iint_R e^{x^2+y^2}dA$ donde R es la región del plano XY localizada entre las circunferencias de ecuaciones $x^2+y^2=1$, $\quad x^2+y^2=9$.

SOLUCION

$\pi(e^9-e)$

4) Utilizar integrales doble para calcular el área de la región del plano XY localizada en el primer cuadrante y limitada por las curvas de ecuaciones $16\,(x-1)=y^2$, $\quad 8x=y^2$.

SOLUCION

$\dfrac{8}{3}$

5) Calcular el área de la región del plano XY, interior a las curvas de ecuaciones $x^2+y^2=9$, $\quad x^2+y^2-6x=0$.

SOLUCION

$6\pi+\dfrac{9}{2}\sqrt{3}\ \ \text{u}^2$

6) Por medio de la integral doble, calcular el área de la región localizada entre las curvas de ecuación $2y^2 = x-2, \quad x^2 - 4y^2 = 4, \quad x = 4$.

SOLUCION

$2\sqrt{3} - Ln\left(2+\sqrt{3}\right) - \frac{4}{3}$ u^2

7) Por medio de la integral doble, calcular el área de la región del primer cuadrante, limitada por las curvas de ecuaciones:

$$x = 2, \qquad x = 6, \qquad y^2 = x^2 - 10x + 26, \qquad y^2 - x^2 - 10x + 30.$$

SOLUCION

3.8795

8) Por medio de la integral doble, calcular el área de la región localizada entre las curvas de ecuación $x^2 - 14x - 5y + 59 = 0, \quad x^2 - 14x + 5y - 11 = 0$.

SOLUCION

$\frac{200}{3}$ u^2

9) Calcular $\iint_R \frac{x+y}{1+x-y}\, dA$, donde R es la región limitada por las gráficas de $y = x$, $y = -x$, $y = x - 4$ y $y = -x + 4$.

Sugerencia: Haga la transformación $\begin{cases} u = x + y \\ v = x - y \end{cases}$

SOLUCIÓN

$\iint_R = 4\ln 5$

10) Por medio de la integral doble, calcular el área de la región del primer cuadrante, limitada por las curvas $xy = 1, \quad xy = 4, \quad y = 2x, \quad x = 2y$.

SOLUCION

$Ln\, 8 \;\; u^2$

11) Calcular el volumen de la región localizada por arriba del plano XY, interior al paraboloide $z = 9 - \left(x^2 + y^2\right)$, exterior al cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

SOLUCION

$\frac{25}{2}\,\pi \quad u^3.$

12) Determinar el volumen de la región limitada por las superficies: $az = y^2, \quad x^2 + y^2 = r^2, \quad z = 0$, donde a y r son constantes.

SOLUCION

$\frac{\pi\, r^4}{4a} \quad u^3.$

13) Calcular el volumen de la región que es limitada por las superficies S_1 y S_2 representadas por : $S_1 :\ x^2 + z^2 = 4 - y, \quad S_2 :\ y + 5 = 0$.

SOLUCION

$\frac{81}{2}\,\pi\ u^3.$

14) Calcular $\iint\limits_R \cos\theta\, dA$, donde R es la región interior a la circunferencia $r = 4\, sen\, \theta$ y exterior a la circunferencia $r = 2$, dadas en coordenadas polares.

SOLUCIÓN

$\iint\limits_R \cos\theta\, dA = 0$

15) Utilizar integración doble para calcular el área de la región del primer cuadrante interior a la curva cuya ecuación polar es $r = 3\, sen\,(4\theta)$.

SOLUCION

$\frac{9\,\pi}{8}\ u^2.$

16) Utilizar integración doble para calcular el área de la región interior a la curva cuya ecuación polar es $r = 6\ cos\ \theta$.

SOLUCION

$9\pi \quad u^2$.

17) Calcular el área de la región exterior a la circunferencia cuya ecuación polar es $r = 3$ e interior a la cardioide de ecuación polar $r = 3(1+cos\,\theta)$.

SOLUCION

$18 + \frac{9\pi}{4} \qquad u^2$

18) Calcular el área de la región limitada por la lemniscata cuya ecuación en coordenadas polares es $r^2 = 4\cos 2\theta$.

SOLUCION

$4\ \ u^2$.

19) Calcular el área de un pétalo de la rosa cuya ecuación polar es $r = cos\ 4\theta$.

SOLUCION

$\frac{\pi}{16}\ u^2$.

20) Por medio de la integral doble, calcular el área de la región interior a la curva de ecuación polar $r = 2a(1+cos\,\theta)$ donde a es una constante.

SOLUCION

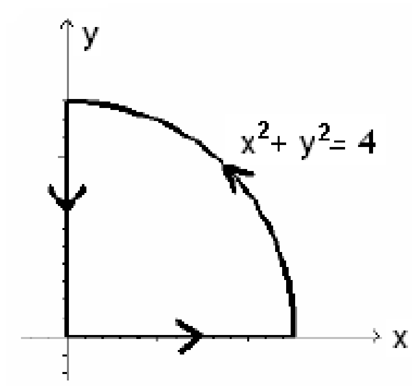
$6\pi a^2$

21) Calcular $\iint_R \left(x^2 + y^2\right) dx\ dy$ siendo R la región interior del primer cuadrante limitado por las curvas $x\,y = 1,\quad x\,y = 8,\quad x^2 - y^2 = 3,\quad x^2 - y^2 = 6$.

Sugerencia: Hacer el cambio de variable $u = x\,y,\quad y = x^2 - y^2$

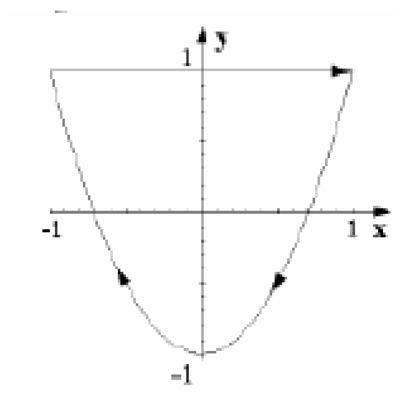
SOLUCION
42

22) Comprobar el teorema de Green, considerando el campo vectorial $\bar{v} = x\,y\;i + y^2\,j$ y la trayectoria carrada que se muestra en la figura.



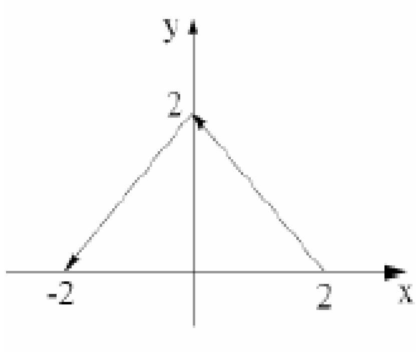
SOLUCION
A criterio del profesor.

23) Utilizar el teorema de Green en el plano mediante integrales de línea, el área de la región mostrada en la figura.



SOLUCION
$\frac{8}{3}\quad u^2$

25) Utilizar el teorema de Green para calcular el valor de $\int_C 4xy^2\ dx + \left(y + 2x^2\right) dy$, a lo largo de la trayectoria mostrada en la figura. Comentar el resultado.



SOLUCION
0 . Comentario a criterio del profesor.

26) Haciendo uso del teorema de Green determinar el área del cardioide $x = a\ (2\cos t - \cos 2t),\quad y = (2\,sen\,t - sen\,2t)$.

SOLUCION
$6a^2\pi\quad u^2$.

27) Utilizar el Teorema de Green para calcular el área de la región cerrada que es limitada por la elipse de ecuación $9x^2 + 4y^2 = 36$.

SOLUCION
$6\pi\quad u^2$

28) Utilizar el teorema de Green en el plano, para calcular $\iint_R \left(x^2 + y^2\right) dx\,dy$ siendo R la región del plano XY donde $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} \le 1$ siendo a y b constantes.

SOLUCION
$\dfrac{\pi}{4}\,ab(a^2 + b^2)$

29) Mediante integrales de línea, calcular el área del plano XY limitada por las curvas $x^2 = 4y, \quad x - 2y = 0$.

SOLUCION

$\frac{1}{3} \quad u^2$.

30) Calcular el área de la porción del cilindro de ecuación $x^2 + y^2 = 8y$ interior a una esfera con centro en el origen de radio 8.

SOLUCION

$256 \quad u^2$

31) Calcular el área de la superficie $z = 2x + 2y$, comprendida en el primer octante e interior al cilindro de ecuación $(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$.

SOLUCION

$3 \quad u^2$.

32) Calcular el área de la porción de plano de ecuaciones $x + z = 4$ interior a la elipse $x^2 + 2y^2 + z^2 = 16$.

SOLUCION

$4\sqrt{2}\,\pi \quad u^2$.

33) Calcular el área de la porción de superficie $x^2 + y^2 = R^2$ localizada por arriba del plano XY comprendida entre los planos $z = mx, \quad z = nx$ donde $m > n > 0$.

SOLUCION

$2(n-m)R^2 \quad u^2$

34) Calcular el área de la porción del plano de ecuación $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, comprendida entre los planos coordenados.

SOLUCION

$$\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2} \quad u^2$$

35) Obtener el área de la superficie $z=x^2+y^2$ delimitada superiormente por $z=y$ en el primer octante.

SOLUCION

$$\frac{\pi}{24}\left(17^{\frac{3}{2}}-1\right)$$

36) Calcular el área de la porción de cono de ecuación $x^2+y^2-z^2=0$, interior al cilindro de ecuación $x^2-6x+y^2=0$.

SOLUCION

$$9\sqrt{2}\,\pi \quad u^2$$

37) Calcular el área de la porción de paraboloide de ecuación $z=9-x^2-y^2$ localizado por arriba del plano XY .

SOLUCION

$$\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2} \quad u^2$$

38) Calcular el área de la porción de la esfera de ecuación $x^2+y^2+z^2=25$ localizada entre los planos de ecuación $z=2$ y $z=4$.

SOLUCION

$$20\pi \quad u^2$$

39) Calcular el área de la porción de superficie de ecuación $4-z=x^2+y^2$ localizada por arriba del plano XY .

SOLUCION

$\frac{\pi}{6}\left(17^{\frac{3}{2}}-1\right) \quad u^2$

---

40) Calcular el área de la parte del paraboloide $z = x^2 - y^2$ localizada en el primer octante y dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

SOLUCION

$\frac{\pi}{48}\left(17^{\frac{3}{2}}-1\right) \quad u^2$

---

41) Calcular el área de la porción de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2, \quad y \geq 0$ interior al cilindro $x^2 + z^2 = 1$.

SOLUCION

$(4-2\sqrt{2})\pi \quad u^2$

---

42) Calcular el área de las porción del cilindro $y^2 + z^2 = a^2$ que está dentro del cilindro $x^2 + y^2 = a^2$.

SOLUCION

$8a^2$

---

43) Calcular el área de la parte del cono $x^2 = y^2 + z^2$, que se encuentra dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

SOLUCION

$9\sqrt{2}\,\pi \quad u^2$

---

44) Sea S la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y f es la función $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Calcular $\iint_S \overline{\nabla} f \bullet \hat{n}\ dS$.

SOLUCION
$8\pi\ u^3$.

44) Calcular la integral de superficie $\iint_S \overline{F}\bullet\hat{n}\ dS$ del campo $\overline{F}=(x^3)\,i+(x^2y)\,j+(x^2z)\,k$, donde S es la superficie lateral del cilindro $x^2+y^2=a^2$, limitado por los planos $z=0,\quad z=5$.

SOLUCION
$5\pi a^4$

45) Utilizar integración doble para calcular el área de la porción del cono $z^2=x^2+y^2$ comprendida entre los planos $z=1,\quad z=4$.

SOLUCION
$15\sqrt{2}\,\pi \quad u^2$

46) Para el cono $x^2+y^2-z^2=0$, obtener una ecuación vectorial de la superficie en coordenadas cilíndricas así como su correspondiente diferencial de área.

SOLUCION
$\overline{r}\,(r,\theta)=r\,\hat{e}_r+r\,\hat{e}_z$
$dS=r\sqrt{2}\ dr\,d\theta$

47) Calcular el área de la parte de la esfera $x^2+y^2+z^2=1$ que esta comprendida entre los conos $x^2+y^2=z^2$ y $3x^2+3y^2=z^2$.

SOLUCION
$2\pi\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) \quad u^2$.

48) Se sabe que el metro cuadrado de mosaico ya colocado cuesta $150.00. Calcular el costo del recubrimiento de la cúpula de la I. de S. A. que tiene por ecuación

$z=50-\frac{\left(x^2+y^2\right)}{9}$, para $z\geq 14$ donde x, y, z están en metros .

SOLUCION
$2\pi a^2$ u^2

49) Determinar el flujo del campo $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(x^2y\right)i+\left(y^2\right)j+\left(xz\right)k$ a través de la superficie S formada por los planos coordenados y los planos de ecuaciones $x=2$, $y=2$ y $z=2$.

SOLUCION
Flujo = 40

50) Calcular volumen del sólido limitado por las superficies de ecuaciones $x^2+z^2=9$, $y+z=4$, $x-2y-3z=12$.

SOLUCION
90π u^2

51) Calcular el volumen de la región localizada por arriba del plano XY, interior al cilindro $x^2+y^2=2x$ y limitada por el paraboloide $z=x^2+y^2$.

SOLUCION
$\frac{3\pi}{2}$ u^3.

52) Utilizar integración triple para determinar el volumen del tetraedro acotado por los planos coordenados y el plano $3x+6y+4z-12=0$.

SOLUCION
4 u^3

53) Utilizar integrales triples para calcular el volumen del sólido limitado por la superficie $x^2+y^2=4-z$ y el plano $2y+z=4$.

SOLUCION

$\frac{\pi}{2}\quad u^3.$

54) Calcular el volumen de la región limitada por las superficies S_1 y S_2, donde $S_1 : x^2 + y^2 = 4$ y $S_2 : y^2 + z^2 = 4$.

SOLUCION

$\frac{128}{3}\quad u^3.$

55) Determinar el volumen de la región localizada entre los conos $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y $z = \sqrt{3\left(x^2 + y^2\right)}$ interior a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ y donde $z \geq 0$.

SOLUCION

$\frac{64}{3}\left(\sqrt{2} - 1\right)\pi \quad u^3.$

56) Calcular el volumen de la región interior a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ como al cono $z^2 = x^2 + y^2$; con $z \geq 0$.

SOLUCION

$\frac{16\pi}{3\sqrt{2}}\left(\sqrt{2} - 1\right)\quad u^3$

57) Determinar el volumen dentro del cono que está sobre el plano XY entre las esferas $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

SOLUCION

$\frac{14}{3}\pi \quad u^3$

58) Calcular el volumen de la región D interior a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ y al cilindro $r = 2\, sen\, \theta$, dado en coordenadas cilíndricas circulares.

SOLUCIÓN

$\frac{16\pi}{3}-\frac{64}{3}$ u. de vol.

59) Mediante la integración triple, calcular el volumen del sólido localizado en el primer octante, limitado por las superficies de ecuaciones : $z^2 = 3x^2 + 3y^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 2$.

SOLUCION

$\frac{2\pi}{9} \quad u^3$

60) Mediante integración triple en coordenadas esféricas, calcular el volumen del sólido limitado superiormente por el cono $z^2 = x^2 + y^2$, e inferiormente por la esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$.

SOLUCION

$\frac{8\pi}{3} \quad u^3$.

61) Calcular $\iint_S (x - 2y + z)\, dS$, para la superficie $S : z = 2$ interior al cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$.

SOLUCIÓN

$\iint_S = 2\pi$

62) Calcular el flujo de campo $\overline{F}(x, y, z) = (z^2 - y^2 - x)\, i + (x^2 z^2 - xz)\, j + (z^2 - xy)\, k$ que atraviesa la superficie cerrada S determinada por las superficies cuyas ecuaciones en coordenadas cilíndricas son $r = 4(1 + cos\,\theta)$, $z = -2$, $z = 2$.

SOLUCION

$-96\pi \quad u.f.$

CÁLCULO VECTORIAL
SERIE 4

63) Utilizar el teorema de la divergencia para calcular $\iint_S \overline{F} \bullet \hat{n}\, dS$, donde $\overline{F} = (2x)\,i + (3y)\,j + (4z)\,k$ y S es la superficie cerrada que envuelve a la región interior a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ localizada por encima del plano XY.

SOLUCION
750π

64) Sea el campo vectorial $\overline{F}(x,y,z) = \left(2x + y^2\right)i + \left(x^2 z - 4y\right)j + \left(xy + z\right)k$. Calcular el valor de $\iint_s \overline{F} \bullet \hat{n}\, dS$ sobre la superficie cerrada que envuelve a la región en el primer octante limitada por el plano $2x + y + 6z = 12$.

SOLUCION
-24

65) Calcular el flujo ψ del campo vectorial

$$\overline{F}(\rho,\theta,\phi) = \left(\rho\, sen\,\phi\right)\hat{e}_\rho + \left(\rho^2 sen\,\theta\right)\hat{e}_\phi + \left(\rho^2 sen\,\theta\right)\hat{e}_\theta$$

que atraviesa la superficie de la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

NOTA: El campo $\overline{F}$ está referido al sistema esférico.

SOLUCION
$125\,\pi^2$ u.f.

66) Utilizar el teorema de la divergencia de Gauss para calcular $\iint_s \overline{F} \bullet \hat{n}\, dS$, donde $\overline{F} = (x^3)\,i + (y^3)\,j + (z^3)\,k$ y S es la superficie cerrada que rodea el sólido limitado por el paraboloide $x^2 + y^2 = 4 - z$, $0 \le z \le 4$ y el disco $x^2 + y^2 \le 4$, $z = 0$.

SOLUCION
$96\,\pi$ *u.f.*

67) Utilizar el teorema de Gauss, para calcular el flujo del campo $\overline{F}(x,y,z) = \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)\left(x\,i + y\,j + z\,k\right)$ que atraviesa la superficie de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

SOLUCION
$16\,\pi\ u.f.$

68) Por medio del teorema de Gauss, calcular $\iint_s \overline{F} \bullet \hat{n}\, dS$ para el campo vectorial $\overline{F}(x,y,z)=(x^2)\,i+(y^2)\,j+(z^2)\,k$ y la esfera S con centro en el origen y radio igual a 1.

SOLUCION
0.

69) Utilizar el teorema de Gauss para calcular el flujo del campo $\overline{F}\left(x,y,z\right)=(x^3)\,i+(y^3)\,j+(z^3)\,k$ a través de la superficie $x^2+y^2+z^2=9$.

SOLUCION
$\dfrac{2916}{5}\,\pi \quad u.f.$

70) Calcular el flujo del campo vectorial $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(x\,y\right)i-\left(x^2\right)j+\left(x+z\right)k$ que pasa a través de la superficie $S\!:\!2x\!+\!2y\!+\!z\!=\!6$, limitada por los planos coordenados.
SOLUCIÓN
$\dfrac{7}{6}$ de u. de flujo.

71) Calcular el flujo del campo $\overline{V}\left(x,y,z\right)=(xy)\,i-(z)\,j+(x^2)\,k$ a través de la superficie cerrada que envuelve al sólido limitado por las superficies de ecuaciones $y^2=8x,\quad x=0,\quad y=4,\quad z=0,\quad z=6$.

SOLUCION
$48 \quad u.f.$

72) Calcular el flujo del campo vectorial $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(2yz\right)\mathbf{j}$ a través de la superficie S formada por el paraboloide $z=x^2+y^2$ y el plano $z=1$.

SOLUCIÓN

$\frac{8\pi}{5}$ u. de flujo.

---

73) Calcular el flujo del campo vectorial $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(x-2z\right)i+(x+3y+z)\,j+(5x+y)k$ a través de la región triangular del plano que tiene sus vértices en los puntos A(1,0,0), B(0,1,0) y C(0,0,1).

SOLUCIÓN

$\frac{5}{3}$ u. de flujo.

---

74) Calcular el flujo neto del campo vectorial $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(x^3\right)\mathrm{i}+(y^3)\,\mathrm{j}+(z^3)\mathrm{k}$ a través de la superficie $S: x^2+y^2+z^2=1$.

SOLUCION

$\frac{12}{5}\pi$ u. de flujo.

---

75) Calcular el flujo neto del campo vectorial $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(x\right)\mathrm{i}+(y)\,\mathrm{j}+(z)\mathrm{k}$ a través de la superficie S formada por $y=\sqrt{x^2+z^2}$ y $y=2$

SOLUCION

8π u. de flujo.

---

76) Calcular el flujo neto del campo vectorial $\overline{F}\left(x,y,z\right)=\left(x^3\right)\mathrm{i}+(y^3)\,\mathrm{j}+(z^3)\mathrm{k}$ a través de la superficie $S: x^2+y^2+z^2=1$.

SOLUCION

$\frac{12}{5}\pi$ u. de flujo.

---

77) Utilizar el teorema de la divergencia de Gauss para calcular $\iint_S \overline{F} \bullet \hat{n}\, dS$, donde $\overline{F}(x,y,z) = (x^2 - 2xz)\, i + (2yz)\, j + (x-y)\, k$ y S la superficie cerrada que envuelve a la región del primer octante limitada por los planos de ecuaciones $x=0,\ \ y=0,\ \ z=0,\ \ 2x+y+z=2$.

SOLUCION
$\frac{1}{3}$

78) Determinar el flujo $\overline{F}$, donde $\overline{F}(x,y,z) = (x^2+z^2)\, i + (y^2 - 2xy)\, j + (4z - 2yz)\, k$ a través de la superficie S definida por la frontera de la región acotada por el semicono $x = \sqrt{y^2+z^2}$ y el plano $x = 9$.

SOLUCION
Flujo = 243π

79) Calcular el flujo neto del campo vectorial $\overline{F}(x,y,z) = (x)\mathrm{i} + (y)\mathrm{j} + (z)\mathrm{k}$ a través de la superficie S formada por $x = \sqrt{y^2+z^2}$ y $x = 3$

SOLUCION
27π u. de flujo.

80) Calcular $\iint_S \overline{A} \bullet \hat{n}\, dS$, sobre la superficie cerrada S que encierra al sólido limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = 9$ y los planos $y=8,\ \ x=0,\ \ y=0,\ \ z=0$, siendo $\overline{A} = (6z)\, i + (2x+y)\, j - (x)\, k$ y $\hat{n}$ el vector unitario normal a S.

SOLUCION
$18\ \pi$

81) Calcular la circulación total del campo vectorial $\overline{F}(x,y,z) = (xy)i + (yz)j + (xz)k$ a lo largo de la curva $C: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$

SOLUCIÓN
Circulación total = $-\pi$

82) Calcular el flujo del campo vectorial $\overline{F}(x,y,z)=\left(x^2\right)i+(y^2)\,j+(z^2)k$ a través de la esfera $x^2+y^2+z^2=1$.

SOLUCIÓN
$\frac{\pi}{2}$ u. de flujo.

83) Calcular la circulación total del campo vectorial

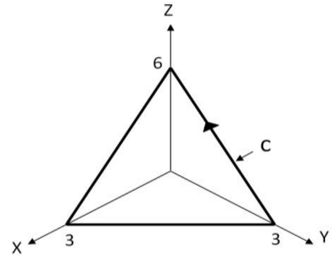
$\overline{F}(x,y,z)=(xz+y)\,i+(yz-x)\,j-\left(x^2+y^2\right)k$ a lo largo de la curva $C:\begin{cases}x^2+y^2=1\\ z=3\end{cases}$

SOLUCIÓN
Circulación total = -2π

84) Calcular la circulación total del campo vectorial $\overline{F}(x,y,z)=(y)\mathbf{i}+(6x)\,\mathbf{j}+\left(y^2z\right)\mathbf{k}$ a lo largo de la curva $C:\begin{cases}x^2+y^2=z\\ x^2+y^2+(z-2)^2=10\end{cases}$

SOLUCIÓN
Circulación=15π

85) Calcular mediante el teorema de Stokes, el valor de $\int_C \overline{F}\cdot d\overline{r}$, para $\overline{F}\,(x,y,z)=(-y^2)\mathbf{i}+(z)\,\mathbf{j}+(x)\mathbf{k}$ y la curva C que se muestra en la figura:



SOLUCIÓN

$\int_c \overline{F} \cdot d\overline{r} = -9$

86) Calcular la circulación total del campo vectorial $\overline{F}(x,y) = (x^2 y)\mathrm{i} - (xy^2)\mathrm{j}$ a lo largo de la curva $C: x^2 + y^2 = 4.$

SOLUCION

$-8\pi.$

87) Calcular la circulación total del campo vectorial $\overline{F}(x,y) = (-x^2 y)\mathrm{i} + (xy^2)\mathrm{j}$ a lo largo de la curva $C: x^2 + y^2 = 2.$

SOLUCION

2π

88) Utilizar el teorema de Stokes para calcular el valor de $\int_C \overline{F} \bullet d\overline{r}$ a lo largo de la curva $C: \begin{cases} x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 10 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$ donde $\overline{F}(x,y,z) = (y)i - (3x)\,j + (y^2 z)k$.

SOLUCION

$-4\pi.$

89) Sea el campo de fuerzas $\overline{F}\left(x,y,z\right) = (x)i - (z)\,j + (y)k$. Emplear el teorema de Stokes para determinar el trabajo que realiza el campo $\overline{F}$ para mover una partícula una vuelta completa a lo largo de la curva C de ecuaciones $\begin{cases} z = 2x + 3y \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$.

SOLUCION

$-32\pi \quad u.t.$