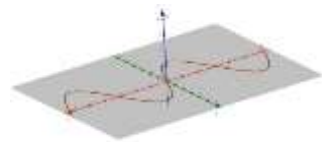
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS

CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

PRIMER EXAMEN FINAL

TIPO A



CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

SEMESTRE: 2020-1
27 DE NOVIEMBRE DE 2019

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre : ______________________________ No. de cuenta : _____________ Firma : _____________

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno.

1.- Sea la función definida por

$$f:\begin{cases} x = 3 + 2\operatorname{sen}\theta \\ y = 4\cos^2\theta \end{cases} \qquad 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$$

a) Determinar la forma explícita de la regla de correspondencia de f.

b) Obtener el dominio y el rango de f.

c) Trazar la gráfica de la función f.

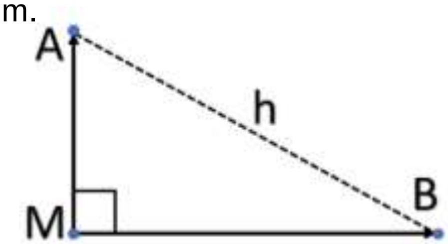
15 puntos

2.- Calcular, si existe, el valor de cada uno de los siguientes límites:

$$a)\ \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{2x^2-7x+3}{4x^2-1} \qquad b)\ \lim_{x\to 0}\left[\cosh(x)+\operatorname{senh}(x)\right] \qquad c)\ \lim_{x\to\infty} \frac{(6x-1)^3-2x^3}{(x^2+1)(2x+1)}$$

15 puntos

3.- Dos autos parten simultáneamente desde el punto M en direcciones perpendiculares entre sí, como muestra la figura. La rapidez del auto A es de 3m/s y la del auto B es 5 m/s. Determinar la rapidez con que aumenta la distancia h entre ambos autos en el instante en que el auto A ha recorrido 9 m.



15 puntos

4.- Sea la función definida por $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{4}x^4$.

a) Obtener los valores críticos de f .

b) Determinar los intervalos en lo que f es creciente y los intervalos en los que f es decreciente.

c) Determinar los intervalos en los que f es cóncava hacia abajo y los intervalos en los que f es cóncava hacia arriba.

d) Trazar la gráfica de f .

15 puntos

5.- Sean los puntos $A(4,2,0)$ y $B(6,3,2)$ y el vector $\bar{u} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$. Determinar:

a) La componente vectorial de $\bar{u}$ en la dirección del vector $\overrightarrow{AB}$.

b) El coseno del ángulo entre los vectores $\bar{u}$ y $\overrightarrow{AB}$.

c) Un vector unitario $\bar{w}$ perpendicular tanto a $\bar{u}$ como a $\overrightarrow{AB}$.

d) El área del paralelogramo en el que dos de sus lados coinciden con los vectores $\bar{u}$ y $\overrightarrow{AB}$.

20 puntos

6.- Sea la recta $L : \begin{cases} x + y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$ y el punto $P(2,3,0)$. Determinar:

a) La distancia de la recta L al punto P.

b) Unas ecuaciones paramétricas de la recta M que es paralela a L y que contiene al punto P.

c) Una ecuación general del plano π que contiene a la recta L y al punto P.

20 puntos