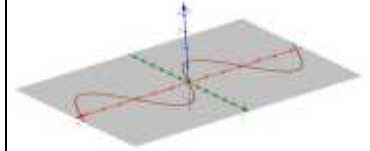




FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS  
CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA  
SEGUNDO EXAMEN FINAL



CÁLCULO Y GEOMETRÍA  
ANALÍTICA

SEMESTRE: 2017-2  
9 DE JUNIO DE 2017

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre : \_\_\_\_\_ No. de cuenta : \_\_\_\_\_ Firma : \_\_\_\_\_

**No se permite el uso de algún dispositivo electrónico**

1) Sea la ecuación  $x^2 + xy + y^2 = 3$

Determinar:

- El tipo de curva que representa.
- La ecuación de la curva sin el término  $xy$  y graficar dicha curva mencionando sus elementos geométricos más importantes.

**16 puntos**

2) Sean las funciones  $f$ ,  $g$  y  $h$ , definidas por las expresiones siguientes:

$$f(x) = \operatorname{sen} x \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$g(x) = -2x \quad 0 \leq x < 4$$

$$h(x) = (x-2)^2 - 4 \quad 1 < x \leq 5$$

Determinar las expresiones analíticas de las funciones siguientes, así como el dominio de cada una de ellas.

a)  $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$                       b)  $(g \circ h)(x)$

**16 puntos**

3) Determinar, si existe, el valor de los siguientes límites:

a)  $\lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{sen}(3t) + 4t}{t \sec(t)} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x^{-2} - 9x^{-3} + 3}{3x^{-4}} \right)^{-\frac{1}{2}}$

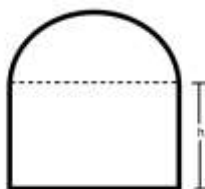
**16 puntos**

4) Sea la función  $f(x): \begin{cases} 1-2\cos(x-1) & x < 1 \\ \frac{1}{4}(x+b)^2 - 1 & x \geq 1 \end{cases}$

- a) Obtener el valor de  $b$  que haga a la función continua.  
 b) Con el valor de  $b$  obtenido en a), determinar si la función  $f$  es derivable para todo valor real de  $x$ .

16 puntos

- 5) Se desea construir una ventana cuyo perímetro debe ser de  $2 [m]$  y que tiene una sección rectangular y una sección semicircular como se muestra en la siguiente figura



Determinar la magnitud del radio de la sección semicircular y la altura de la sección rectangular para que la ventana tenga el área máxima.

16 puntos

- 6) Sean los puntos  $A(1, -1, -1)$ ,  $B(0, -2, 1)$ ,  $C(-1, 0, 1)$  y  $D(2, 2, 2)$   
 Determinar:

- a) Las componentes del vector  $\vec{w}$ , si  $\vec{w} = 3\vec{a} - 2\vec{BD} + |\vec{CA}|\vec{d}$ .  
 b) La componente vectorial de  $\vec{BD}$  en la dirección de  $\vec{CA}$ .  
 c) El coseno del ángulo entre los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{d}$ .

18 puntos

- 7) Sean las rectas  $L: x-4=1-y=\frac{z-3}{2}$  y  $M: \vec{r}=(5-m, 6-2m, -3+2m)$ ;  $m \in R$  que se intersecan.

Determinar:

- a) Las coordenadas del punto de intersección,  $I$ , entre  $L$  y  $M$ .  
 b) Unas ecuaciones paramétricas del plano  $P$  que contiene a  $L$  y  $M$ .  
 c) Una ecuación cartesiana de  $P$ .

18 puntos