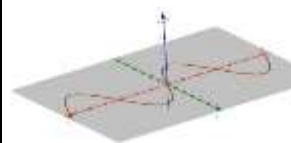




FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS  
COORDINACIÓN DE MATEMÁTICAS  
CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA  
SEGUNDO EXAMEN FINAL



CÁLCULO Y GEOMETRÍA  
ANALÍTICA

SEMESTRE: 2019-2  
6 DE JUNIO DE 2019

DURACIÓN MÁXIMA: 2 HORAS

Nombre : \_\_\_\_\_ No. de cuenta : \_\_\_\_\_ Firma : \_\_\_\_\_

No se permite el uso de dispositivo electrónico alguno.

1.- Sea la función definida por  $f(x) = 2 + \frac{2}{3}\sqrt{9 + (x-2)^2}$  con  $x \leq 2$ .

- Obtener la regla de correspondencia de  $f^{-1}$ , si existe.
- Determinar el dominio y el recorrido de  $f^{-1}$ , si existe.
- Trazar las gráficas de la función  $f$  y la de  $f^{-1}$ , si existe.

15 puntos

2.- Calcular, si existe, el valor de cada uno de los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\frac{1}{\csc(x)} - x}{\text{sen}(x)} \right]$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{(x-1)^2 - 3x^2}$

15 puntos

3.- Para la curva de ecuación  $y = (x-1)e^x + 3\ln(x) + 2$ , obtener la ecuación de la recta tangente en el punto  $A(1, 2)$ .

15 Puntos

4.- Se desea construir un envase de  $1500 \text{ cm}^3$  de capacidad con forma de cilindro circular recto sin tapa. Calcular el radio y la altura del envase, de tal modo que la cantidad de material empleada en su construcción sea la menor posible.

20 puntos

5.- Sean los vectores  $\bar{a} = (2, -1, 3)$ ,  $\bar{b} = (-2, 5, -5)$ ,  $\bar{c} = (1, -2, 1)$  y

$\bar{d} = (2, -5, 5)$ . Determinar:

a) El vector  $\bar{m} = 4\bar{a} + \bar{b} - (\bar{c} \cdot \bar{d})\bar{a}$ .

b) Un vector unitario  $\bar{n}$ , que sea simultáneamente perpendicular a los vectores  $\bar{a}$  y  $\bar{b}$

c) El área del triángulo, dos de cuyos lados son los vectores  $\bar{a}$  y  $\bar{b}$ .

15 puntos

6.- Sean el punto  $A(2, 1, 0)$  y las rectas  $L$  y  $R$  cuyas ecuaciones son:

$$L: \begin{cases} -x + 3 = \frac{2y + 2}{4} = \frac{2 - z}{-1} \end{cases} \text{ y } R: \bar{r} = (2t, 1, 3 + 2t), \text{ respectivamente.}$$

Obtener:

a) El ángulo que forman  $L$  y  $R$ .

b) La distancia del punto  $A$  a la recta  $R$ .

c) Una ecuación cartesiana del plano  $\pi$  que contiene al punto  $A$  y es paralelo a las rectas  $L$  y  $R$ .

20 puntos