



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
SEGUNDO EXAMEN FINAL COLEGIADO
CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA



TIPO A

4 de diciembre de 2024

Semestre 2025-1

INSTRUCCIONES: Lee cuidadosamente el enunciado de cada **reactivo** antes de empezar a resolverlos. La duración máxima del examen es de **2 horas**.

No se permite el empleo de dispositivos electrónicos ni de formulario.

Nombre:

No. de cuenta:

1. Sea la función definida por

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}, \quad x \in (-2, 0]$$

- a) Obtén la regla de correspondencia en forma explícita de la inversa de f .
- b) Traza la gráfica de f así como la gráfica de su función inversa.

15 puntos

2. Sea la función definida por $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}$.

- a) Obtén las ecuaciones de las asíntotas horizontal y vertical de la gráfica de g .
- b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.
- c) Traza la gráfica de g .

15 puntos

3. Calcular $\frac{dy}{dx}$ en cada caso:

a) $x^2 y + xy^2 = y - x$

b) $y = x^{\text{sen}(x)}$

20 puntos

4. Se va a fabricar un recipiente con forma de cilindro circular recto sin tapa cuyo volumen será de $2\text{[m}^3\text{]}$. Un metro cuadrado del material de la base cuesta el doble que un metro cuadrado del material para la pared. Determina las dimensiones (radio y altura) que debe tener el recipiente para que su costo de fabricación sea el mínimo.

15 puntos

5. Sean los puntos $A(0, -1, -2)$, $B(-1, 2, -1)$ y C . El vector que va de A a B es \overrightarrow{AB} , y el que va de A a C es $\overrightarrow{AC} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$. Determina:

- Las coordenadas del punto C .
- La componente vectorial de \overrightarrow{AC} en la dirección del vector \overrightarrow{AB} .
- El área del paralelogramo definido por los vectores \overrightarrow{AC} y \overrightarrow{AB} .

15 puntos

6. Sean las rectas

$$L: \frac{x-2}{-4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{y} \quad M: \vec{r} = (-3t + 2, 2t + 2, -2t + 1)$$

Obtén:

- La distancia del punto $Q(1, -1, 2)$ a la recta L .
- Una ecuación general del plano que contiene a las rectas L y M .

20 puntos