

Ejercicios del Tema 3 Límites y Continuidad

1.- Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{x^2 - 16}$

b) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{x+8}}{x+8}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{3+x}}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 81} \frac{\sqrt{x-9}}{\sqrt[4]{x}-3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x}-4}{8-\sqrt{x}}$

2.- Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular, si existe, el límite:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x-5|}{x-5}$$

3.- Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular, si existe, el límite:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{3}{x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3}{(x-4)^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \csc(2x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2}$

4.- Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular, si existe, el límite:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt[3]{x}}{2x + 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3 + x}}{x}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{n+2}} + \frac{\sqrt{6n-4}}{\sqrt{3n-5}} \right)$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{5n^3 - 6n^2 - 2}{6n^6 - 2n - 2}} + \frac{1}{2 \cos\left(\frac{1}{n}\right)} \right)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5 - 6x^3}{\sqrt{x^6 + 7}} \right)$$

5.- Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular, si existe, el límite:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x - \pi}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - 3 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\operatorname{sen}(x + \pi)}$$

6.- Comprobar que $\lim_{m \rightarrow 0^-} \frac{\operatorname{sen}(x + m) - \operatorname{sen} x}{m} = \cos x$

7.- Sin utilizar la regla de L'Hôpital, calcular, si existe, el límite:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2e^{-x}}$

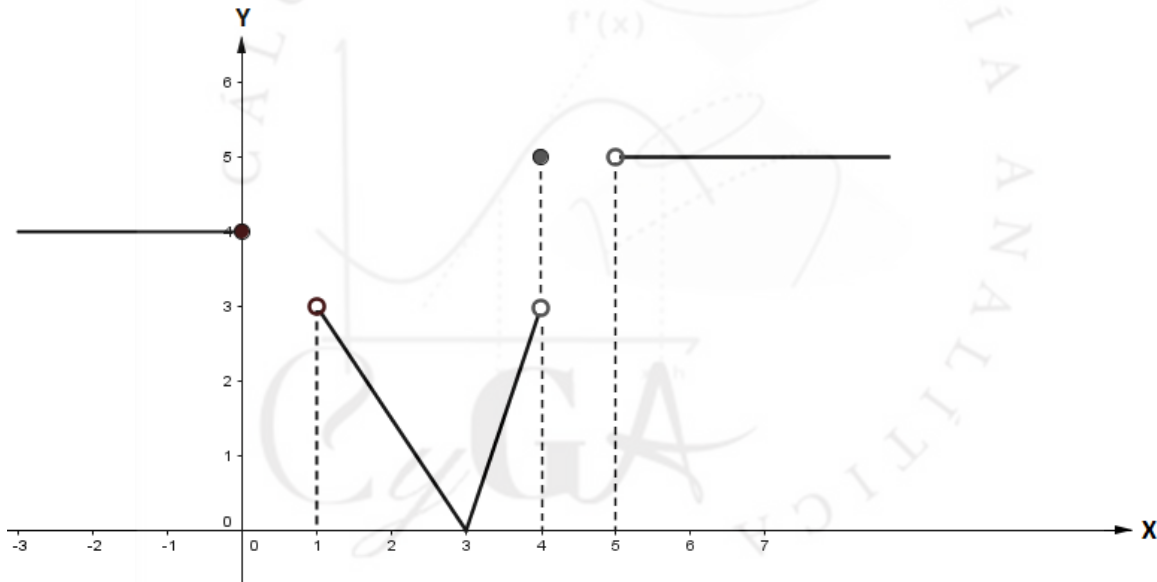
b) $\lim_{x \rightarrow e} \ln x^2$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \cos h(2x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} e^x - 1$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \log_3 e^{x^2}$

8.- Sea la función f , cuya gráfica se muestra en la figura:



Determinar, si existe:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$:

b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$:

c) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x):$

d) $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x):$

e) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x):$

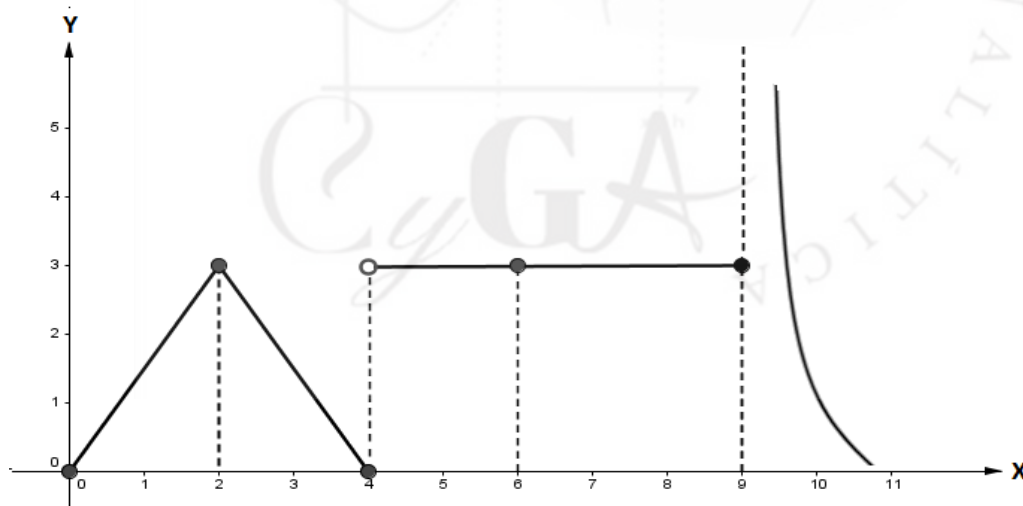
9.- Obtener las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales a la gráfica de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{-9}{x^2 - 9}$

b) $g(x) = 3 \sec(x)$

c) $h(x) = \frac{(x + 2)(x - 1)}{(x - 3)(x + 2)}$

10.- Sea la función f , cuya gráfica se muestra en la figura:



Determinar para cada inciso si la función f es continua, en caso negativo explicar la razón de la discontinuidad.

a) $x = 2$

b) $x = 4$

c) $x = 6$

d) $x = 9$

11.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{si } x < 0 \\ a & \text{si } x = 0 \\ -2x + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Determinar el valor de a y el valor de b para que la función f sea continua.

12.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x^2 - 4x + 4)(x + 2)}{x - 2} & \text{si } x < a \\ 0 & \text{si } x = a \\ 2x - 4 & \text{si } x > a \end{cases}$$

Determinar el valor de a para que la función f sea continua.

13.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & ; |x| \leq 2 \\ x^2 - a & ; x > 2 \end{cases}$$

Determinar el valor de a para que la función f sea continua.

14.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ \cot(x) & \text{si } x \in \left(0, \frac{7}{2}\pi\right] \end{cases}$$

Determinar para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ dicha función es discontinua.

15.- Determinar si la función $f(x) = \text{sen } h(x)$ es continua para $x = 0$.