Ejercicios del Tema 7
La recta y el plano

1.- Sea la recta L que contiene a los puntos $A(2,\,-1,\,3)$ y $B(0,1,\,2)$.

Obtener:

a) la distancia del punto $M\,(0,\,-1,1)$ a la recta L.

b) el ángulo que forman L y la recta $R:\begin{cases}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{2}\\ z=0\end{cases}$.

2.- Sea la recta L que contiene al punto $A(2,\,-1,\,0)$ y es paralela al vector $\bar{m}=(1,\,-2,1)$.

Obtener:

a) Unas ecuaciones paramétricas de L.

b) el valor de $b\in R$ para que la recta $S:\ \dfrac{2x-2}{4b}=\dfrac{-y+1}{4}=\dfrac{z-1}{2}$ sea paralela a la recta L.

3.- Sea la recta M de ecuaciones $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+2t\\ z=2\end{cases}$. Obtener las coordenadas de los puntos A y B que pertenecen a M y que se encuentran a 3 unidades del punto $C(0,0,0)$.

4.- Obtener una ecuación cartesiana del plano π, si:

a) contiene a la recta $M:\begin{cases}x=1-t\\ y=t\\ z=2+t\end{cases}$ y a la recta $N:\begin{cases}x=-2+2s\\ y=-2s\\ z=-2s\end{cases}$

b) contiene al punto $A(-1,\,2,\,3)$ y a la recta $L:\begin{cases}x-2=y\\ z=-1\end{cases}$

c) contiene a las rectas $R:\begin{cases} x = 2+t \\ y = 2-t \\ z = 5+t \end{cases}$ y $\overline{p}(s)=(2+3s,\ 2-3s,\ -9s)$

5.- Sean el punto $A(\ 0, 1, 0\ )$ y el plano $\pi:\begin{cases} x=\alpha \\ y=0 \\ z=\beta \end{cases}$.

Obtener:

a) Las coordenadas del punto C simétrico del punto A respecto al plano π.

b) Unas ecuaciones paramétricas de la recta L que es perpendicular al plano π y contiene al punto $D(\ -1, 2, 3\ )$.

6.- Sean los planos $\pi_1 : x - y + z = 0$ y $\pi_2 : 2x - y - z = 2$.

a) Obtener una ecuación vectorial de la recta L paralela a la recta que se forma con la intersección entre el plano π_1 y π_2 y que contiene al punto $A(\ 2, -1, 2\ )$.

b) Calcular la distancia del punto $J(\ 5, -1, 2\ )$ al plano π_1.

c) Calcular la distancia del plano π_2 al plano $\pi_3 : 6x - 3y - 3z = 0$.

7.- Obtener:

a) Una ecuación cartesiana del plano π paralelo al plano XZ y que corta al eje Y en el punto de ordenada 8.

b) Ua ecuación cartesiana del plano π_1 que contiene al punto $C(\ 2, 0, 1)$ y es paralelo al plano $\pi_2 : 3x - 2y + z - 2 = 0$.

c) Una ecuación cartesiana de un plano π_3 que dista 10 unidades del origen y es paralelo al plano de ecuación $\pi_4 : 2x - y - 2z - 8 = 0$.

8.- Obtener una ecuación cartesiana del plano π que contiene al punto $M(\ 0,\ 2,\ -1\ )$ y es perpendicular simultáneamente a los planos

$$\pi_1 : \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = r \end{cases} \quad \text{y} \quad \pi_2 :\ z - 4 = 0\,.$$

9.- Sean el plano $\pi : x - y + z = 1$ y la recta $M : \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 2z \end{cases}$.

Obtener:

a) Una ecuación vectorial de la recta N que es perpendicular a π y contiene al punto $A(\ 0, 1,\ 2\ )$.

b) Las coordenadas del punto B, intersección de la recta M y el plano $\pi_1 :\ y = 3$.

10.- Sean el plano $\pi\ : z = 9$ y sea el punto $B(-1,\ 0,\ 1)$ que pertenece a la recta M cuyos ángulos directores son $\alpha = 60^o$, $\beta = 90^o$ y γ, siendo γ un ángulo obtuso.

Obtener:

a) Unas ecuaciones paramétricas de π.

b) Unas ecuaciones cartesianas de M .

c) El ángulo que forma π y M.

11.- Sea el plano π que contiene a los puntos $A(\ 0,\ 0,\ 0)$, $B(0, 1, 0)$ y $C(-1,\ 2,\ 0)$.

Obtener:

a) Las coordenadas del punto D intersección entre π y la recta $\overline{p}(x, y, z) = 0\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + t\,\mathbf{k}$

b) La distancia de la recta $M : \begin{cases} \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} \\ z = 3 \end{cases}$ al plano π.

12.- Sean dos ductos que conducen líquido y tienen por ecuaciones a

$$L_1 : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases} \qquad y \qquad L_2 : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-5}{-1} = z$$

Obtener:

a) La distancia entre los ductos L_1 y L_2.

b) Las coordenadas de los puntos $A \in L_1$ y $B \in L_2$ donde los ductos se encuentran a una mínima distancia.

13.- Sean las rectas $M : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases} \qquad y \qquad N : \dfrac{2x+2}{4} = -y + 2 = \dfrac{6z}{-18}$

Obtener las coordenadas del punto S intersección entre M y N.

14.- La trayectoria de un proyectil está definida por la ecuación vectorial $\bar{p} = 2\mathbf{i} + t\,\mathbf{j} + \sqrt{3}\,t\,\mathbf{k}$, dicho proyectil se impacta contra un muro situado en el plano de ecuaciones paramétricas

$$M : \begin{cases} x = m \\ y = n \,; \qquad m, n \in R. \\ z = 0 \end{cases}$$

Calcular el ángulo entre la trayectoria del proyectil y el muro.

15.- Sean los planos $\pi_1 : k\,x + y + z = 0$, $\pi_2 : x + k\,y + z = 0$ y $\pi_3 : x + y + k\,z = 0$.

a) Los valores de $k \in R$ para que la intersección entre π_1, π_2 y π_3 sea un punto.

b) Los valores de $k \in R$ para que la intersección entre π_1, π_2 y π_3 sea una recta.