CIENCIA BÁSICA Y CULTURA

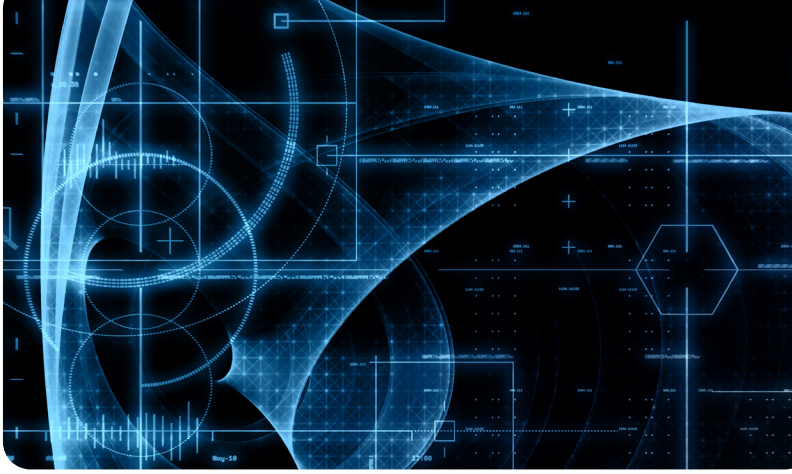
Boletín de Ciencias Básicas

Año 2026 Número 28 28 de febrero

Una aplicación del **cálculo diferencial** a la **geometría analítica**

(continuación)

Luis Humberto Soriano Sánchez.
Profesor de Carrera de la Coordinación de Matemáticas de la División de Ciencias Básicas.



Ejemplo.

Sea la hipérbola de ecuación: $y^2 - x^2 + 2y + 6x - 9 = 0$

El objetivo es, sin completar los trinomios cuadrados perfectos, identificar las coordenadas del centro y de los vértices, así como la orientación del eje transverso.

Resolución:

Calculemos $\frac{dy}{dx}$: $2y\frac{dy}{dx} - 2x + 2\frac{dy}{dx} + 6 = 0$

de donde: $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-6}{2y+2}$

en los vértices, la recta tangente a la curva es horizontal o vertical según sea la orientación del eje transverso. Por lo tanto:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-6}{2y+2} = 0 \quad o \rightarrow \infty$$

Entonces: $2x - 6 = 0 \quad \therefore \quad x = 3$

o

$2y + 2 = 0 \quad \therefore \quad y = -1$

Las coordenadas del centro son: $C\,(3,-1)$

Para obtener los vértices, sustituyamos $x = 3$ en la ecuación de la hipérbola, obteniendo así:

$$y^2 + 2y = 0 \quad \therefore \quad y\,(y+2) = 0 \quad \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

Por lo tanto, los vértices son: $V_1\,(3,-2)$ *y* $V_2\,(3,0)$

Para determinar la orientación del eje transverso, sustituyamos $y = -1$ en la ecuación de la hipérbola, obteniendo así: $-x^2 + 6x - 10 = 0$

Las soluciones de esta ecuación son números imaginarios, lo cual indica que la recta $y = -1$ no interseca a la curva; por lo tanto, el eje transverso es vertical.

La ecuación de la hipérbola se puede escribir como:
$(y+1)^2 - (x-3)^2 = 1$

Ejemplo.

Sea la circunferencia de ecuación: $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

El objetivo es determinar las coordenadas del centro así como el radio de la circunferencia

Resolución:

Calculemos $\frac{dy}{dx}$: $2x + 2y\frac{dy}{dx} - 2 + 6\frac{dy}{dx} = 0$

de donde: $\frac{dy}{dx} = \frac{2-2x}{2y+6}$

Para obtener las ecuaciones de las rectas tangentes (horizontal y vertical) a la circunferencia:

$2 - 2x = 0 \rightarrow x = 1$

y

$2y + 6 = 0 \rightarrow y = -3$

Las coordenadas del centro son: $C\,(1,-3)$

Diseño y formación editorial: L.D.G. Luis Enrique Vite Rangel

Sustituyamos ahora $x = 1$ en la ecuación de la circunferencia:

$$y^2 + 6y = 0 \quad \therefore \quad y\,(y+6) = 0 \quad \begin{cases} y_1 = -6 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

Obtenemos así los puntos: $A\,(1,-6)$ y $B\,(1,0)$

En estos puntos la recta tangente es horizontal. El radio de la circunferencia es igual a la distancia de centro a cualquiera de los puntos A o B.

Radio = $\sqrt{(1-1)^2 + (-3-0)^2} = 3$ *unidades de longitud*

La ecuación de la circunferencia se puede escribir como:
$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 9$

Diseño y formación editorial: L.D.G. Luis Enrique Vite Rangel