CIENCIA BÁSICA Y CULTURA

Boletín de Ciencias Básicas

Año 2024 Número 4 20 de febrero

¿Cómo utilizan los **modelos** los ingenieros?

Margarita Ramírez Galindo
(Departamento de Matemáticas de la DCB)

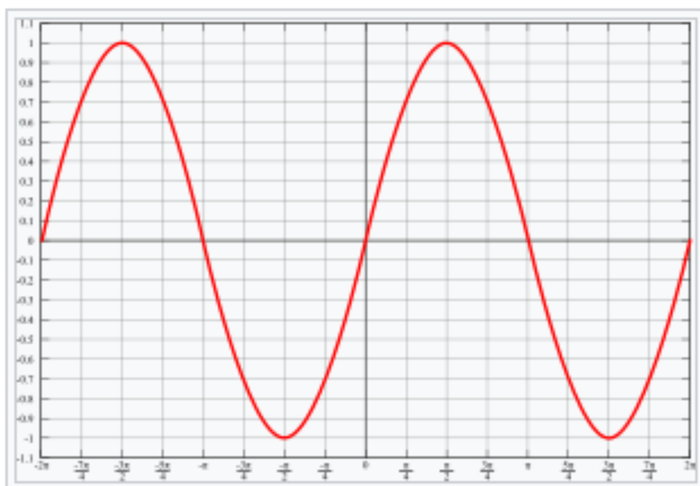
En las carreras de ingeniería, es necesario que los estudiantes adquieran las herramientas necesarias que les permitan abordar la situación o problema que enfrenten en el ejercicio profesional. Una de esas herramientas es el modelado o modelación, que se logra empleando distintos modelos que se utilizan en ingeniería, algunos de los cuales se describen brevemente enseguida, señalando su utilidad. Ahora bien, ¿qué entendemos por modelos? En la literatura técnica que refiere a la ingeniería, las representaciones de distintos tipos que se utilizan se llaman modelos. Para un ingeniero este término es algo que describe la naturaleza o comportamiento de un objeto real.

De esta forma se puede afirmar que los modelos a los que recurren los ingenieros se emplean por ejemplo:

1) PARA PENSAR. Cuando se quiere visualizar la naturaleza o el comportamiento de un sistema, o bien de un fenómeno, que para la mente por sí sola resulta difícil de captar. Hay circuitos eléctricos, sistemas de fabricación, procesos químicos y mecanismos tan complejos que un modelo esquemático o de otro tipo es esencial para su comprensión. ***Los modelos icónicos, gráficos y esquemáticos*** (también llamados representaciones) son especialmente útiles para proporcionar una vista compacta, global y simplificada del conjunto. Es frecuente que el ingeniero al observar un fenómeno físico considere la ventaja de representarlo, es decir, modelarlo de la forma más conveniente. A manera de ilustración, en el área de ingeniería eléctrica-electrónica, un ingeniero puede considerar una corriente eléctrica alterna como una onda senoidal en forma de gráfica, en lugar de verlo como el movimiento de electrones en un conductor (figura 1).

Un fenómeno tan simple como el sentir una ráfaga de viento en pleno rostro, para un ingeniero implica conocer la gráfica que muestre la velocidad de este en diferentes periodos de tiempo, o fechas específicas, siendo factores que intervienen en el diseño de aviones o en el de un puente (figura 2).

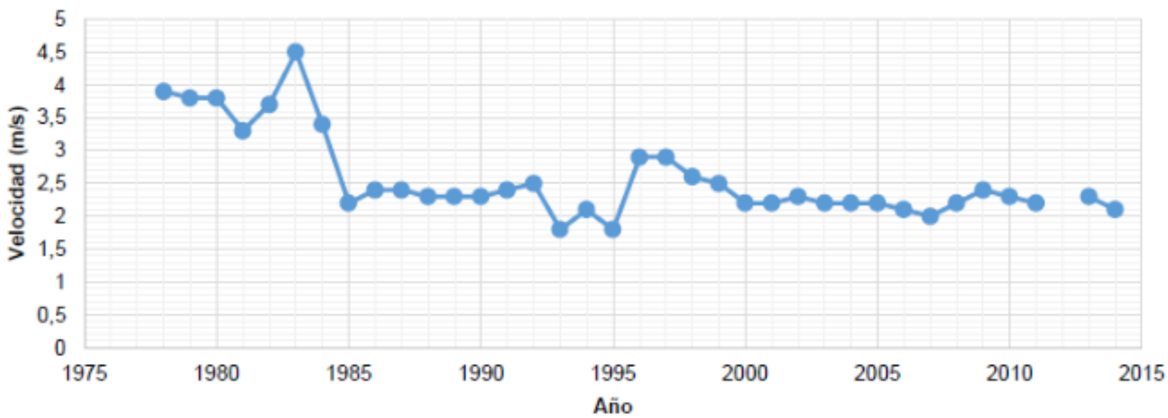
Figura 1



Función seno para $A = \omega = 1$ y $\varphi = 0$.

Consultado en:
https://es.wikipedia.org/wiki/Sinusoide

Figura 2



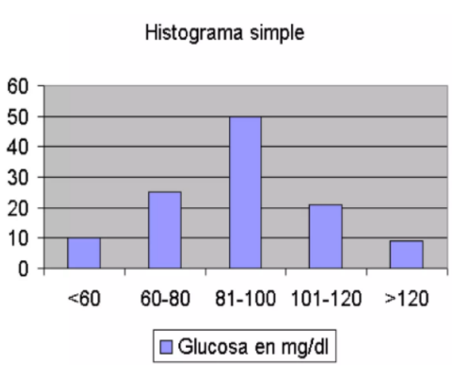
Consultado en:
https://observatorio.epacartagena.gov.co/gestion-ambiental/calidad-ambiental/sistema-urbano/velocidad-promedio-del-viento/

Objetos como un tren de juguete, un globo terráqueo o el modelo de un aeroplano son representaciones tridimensionales de una realidad física. También se tienen representaciones bidimensionales, algunos ejemplos son: una fotografía, un croquis o una copia heliográfica. Estas representaciones, al guardar semejanza física con los objetos de la vida real, reciben el nombre de representaciones físicas o icónicas (del griego eikon que significa imagen). Las representaciones gráficas, suelen ilustrar las relaciones y magnitudes relativas a un fenómeno o situación. Finalmente, un esquema puede representar simbólicamente un objeto real, dando lugar a representaciones esquemáticas. Algunos ejemplos de estas representaciones se muestran en las figuras 3, 4 y 5.

Figura 3 Representación física

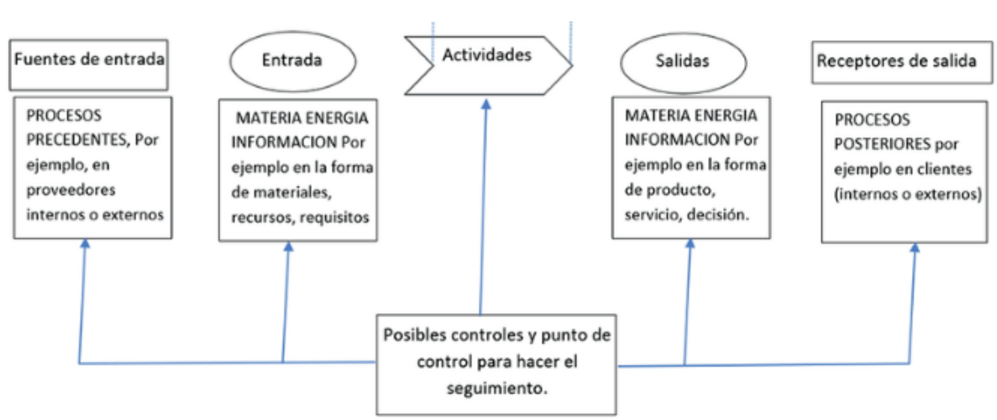
Consultado en:
https://www.google.com/search?q=ejemplo+de+representacion+esquematica&rlz=

Figura 4 Representación gráfica



Consultado en:
https://es.slideshare.net/Johandez/ejemplos-de-tipos-de-representaciones-grficas

Figura 5 Representación esquemática



Consultado en:
https://www.iso.org/obp/ui/es/#iso:std:iso:9001:ed-5:v1:es:fig:2

Al hacer referencia a estas representaciones, que son en buena parte herramientas para plantear y obtener la solución de problemas de ingeniería, cobran relevancia las representaciones matemáticas. Por ejemplo, la expresión matemática

$$V = \frac{mkT}{P}$$

(donde k es una constante de valor conocido)

Aquí **m** representa la masa de un determinado gas, **T** representa su temperatura, **p** representa la presión ejercida y **V**, el volumen ocupado por el gas. Las letras representan conjuntamente lo que sucede a una de las propiedades cuando hay un cambio en la otra (es decir, cuando hay una variación). Esta representación matemática se traduce en un medio que permite predecir el valor de una propiedad cuando se conocen los valores de las otras tres. A través del empleo de las matemáticas es posible realizar predicciones de diversos fenómenos naturales, conocer el comportamiento de dispositivos, estructuras y procesos que han sido construidos por el ser humano.

También proporcionan un amplio repertorio de representaciones matemáticas, tales como funciones parabólicas, exponenciales, polinomiales, etc.; constituyen un poderoso método de representación. En un sentido muy amplio, se puede afirmar que las matemáticas son un medio eficaz para la predicción, además de ser un lenguaje conciso de carácter universal.

2) PARA LOGRAR CONTROL. Como se ha mencionado, un aspecto de singular importancia en la ingeniería es el desarrollo de modelos (representaciones matemáticas generalmente), que permitan hacer predicciones, mismas que concuerden lo más aproximado con lo que ocurra finalmente. Sin embargo, hay casos donde ocurre lo contrario, esto es, se desarrolla el modelo y se obliga a que la situación representada se adapte a él. Esto es evidente, por ejemplo, cuando se elaboran los planos de un edificio (tales planos son el modelo) y naturalmente la construcción se realiza de acuerdo con el modelo. De manera similar, la trayectoria de vuelo que debe seguir un vehículo espacial para alcanzar un objetivo se determina a partir de una serie de cálculos realizados previamente. Esa trayectoria cuidadosamente planeada es un modelo y se recurre a sistemas de cierta complejidad para lograr que la trayectoria real se apegue al mismo.

Se han mencionado de manera explícita, únicamente dos de las razones por las que los ingenieros recurren a los modelos, sin embargo, esas razones conllevan implícitamente diversos elementos que sustentan la importancia de las diferentes representaciones que se emplean en la ingeniería.

Referencias: Introducción a la ingeniería y al diseño en la ingeniería (Edward V. Krick 2ª. Ed)

Una **aplicación** del **cálculo diferencial** a la **geometría analítica**

Luis Humberto Soriano Sánchez
(Departamento de Matemáticas de la DCB)

Como sabemos, dada la curva $y = f(x)$, su derivada, geométricamente, está dada por:

$$\frac{dy}{dx} = \text{pendiente de la recta tangente a la curva en cualquier punto}$$

Si la recta tangente es horizontal, se tiene que $\frac{dy}{dx} = 0$ y si es vertical, $\frac{dy}{dx}$ no existe.

Dada una cónica cualquiera mediante su ecuación general: $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$, una forma de determinar las coordenadas del centro o del vértice o vértices es completando lo trinomios cuadrados perfectos. Otra forma, muy singular y motivo del presente artículo es la siguiente:

Por ejemplo, dada la cónica de ecuación $2x^2 - 4x + y - 1 = 0$, a partir de los coeficientes sabemos que se trata de una parábola vertical. Al derivar de manera implícita, se obtiene:

$$4x - 4 + \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \quad \frac{dy}{dx} = 4 - 4x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 1$$

La parábola tiene su vértice en $x = 1$.

Sustituimos $x = 1$ en la ecuación de la parábola y se obtiene: $y = 3$

Por lo tanto, las coordenadas del vértice son: ***V* (1,3)**. Si completamos el trinomio cuadrado perfecto se obtiene:

$$(x-1)^2 = -\frac{1}{2}(y-3)$$

lo que confirma que el vértice es ***V* (1,3)**.

Por ejemplo, dada la cónica de ecuación $y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$, a partir de los coeficientes sabemos que se trata de una parábola horizontal. Al derivar implícitamente se obtiene:

$$2y\frac{dy}{dx} - 2 + 4\frac{dy}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx}(2y+4) = 2 \quad \therefore \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2}{2y+4}$$

$\frac{dy}{dx}$ es diferente de cero, por lo tanto, la recta tangente no es horizontal.

$$2y + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} \to \infty$$

de donde: ***y* =-2**. Entonces, la recta tangente es vertical; lo cual indica que la parábola es horizontal. Sustituimos ***y* =-2** en la ecuación de la parábola y se obtiene ***x* =-5**.

Por lo tanto, el vértice es el punto ***V*(-5, -2)**. Si completamos el trinomio cuadrado perfecto se obtiene:

$$(y+2)^2 = 2(x+5)$$

lo que confirma que el vértice es ***V*(-5, -2)**.

Por ejemplo, dada la cónica $9x^2 - 18x + 4y^2 + 16y - 11 = 0$, a partir de los coeficientes sabemos que se trata de una elipse. Al derivar implícitamente se obtiene:

$$18x - 18 + 8y\frac{dy}{dx} + 16\frac{dy}{dx} = 0$$

de donde:

$$\frac{dy}{dx}(8y+16) = -18x + 18 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = \frac{-9x+9}{4y+8}$$

$$x = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \quad \textit{la recta tangente es horizontal}$$

$$y = -2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dy}{dx} \uparrow \infty \quad \therefore \quad \textit{la recta tangente es vertical}$$

El centro de la elipse es, entonces, el punto ***P (1,-2)*** . Sustituimos ***x* =1** en la ecuación de la elipse y se obtiene:

$$y = -5 \quad y \quad y = 1$$

Y se tienen entonces los puntos ***A(1, -5)*** y ***B(1,1)***. Ahora, sustituimos ***y* =-2** en la ecuación de la elipse y se obtiene:

$$x = -1 \quad y \quad x = 3$$

Por lo tanto, se tienen los puntos ***C(-1,-2)*** y ***D(3,-2)***. Calculemos ahora la distancia del centro a los puntos A y C:

$$d(P,A) = \sqrt{(1-1)^2 + (-2+5)^2} = 3$$
$$d(P,C) = \sqrt{(1-3)^2 + (-2+2)^2} = 2$$

Entonces, la longitud del eje mayor es igual a **6** (paralelo al eje Y).

Entonces, la longitud del eje menor es igual a **4** (paralelo al eje X).

FE DE ERRATAS

En el ejercicio de Probabilidad del Boletín número 3, la función de probabilidad conjunta debe ser:

$$f_{xy}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} \quad x \in \quad ; y \in$$

Por un error de tipografía se puso un **8** en lugar de **2**. El inciso está correcto, pero debe ponerse un **2** en lugar del **8**. Y entonces, el inciso (b) debe reformularse de la siguiente forma:

b) Obtener la probabilidad de que el agujero hecho por el taladro esté a una distancia del punto deseado.

$$P\left(\sqrt{x^2+y^2} \le r\right) = P(\rho \le r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^r e^{-\frac{r^2}{2}} r\,dr\,d\theta = 1 - e^{-\frac{r^2}{2}}$$

c) Obtener la probabilidad de que el barrenado sea aceptable:

$$P\left(\sqrt{x^2+y^2} \le 5\right) = P(\rho \le 5) = 1 - e^{-\frac{25}{2}} \approx 0.99999627$$

¿Qué se procura cuando se trata de elevar el nivel cultural de los futuros ingenieros?

El ingeniero argentino, Raúl A. Ondarts define, como objetivos:

"Lograr seres humanos plenos, capaces de vivir una vida plena".

"Procurar un desarrollo armonioso de todas sus posibilidades espirituales y permitirles gozar su desarrollo con las mayores posibilidades de satisfacción y placer".

"Formar ingenieros, hombres y mujeres, capaces de conducir a la comunidad".

"Lograr profesionales de la ingeniería con un criterio amplio, que no balbuceen cuando se los aparta del terreno técnico, es decir, con una personalidad más completa y con una mayor madurez de juicio".

"Que los recién recibidos mantengan su espíritu curioso y abierto a otras manifestaciones, lo que les dará mayor profundidad y peso a su juicio, además de brindarles un mejor desarrollo de su personalidad".

Nota. Todo problema, ejercicio y artículo publicado en este boletín es responsabilidad del autor o autores.