Matemáticas Platicadas

Número: 10 Octubre 2004

continuación

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD GEOMÉTRICA

Esta distribución también tiene su origen en el proceso de Bernoulli, puesto que considera *n* eventos independientes, con dos posibles resultados "éxito" y "fracaso", cuyas probabilidades *p* y *q* se mantienen constantes, lo que cambia es la variable aleatoria, que en este caso representa el número de intentos realizados hasta obtener el primer éxito. Así , si $x_i = 0$ significa que el i-ésimo intento resulta en fracaso.

$$P(X=x)=P(x_1=0,\ x_2=0,\ x_3=0,\ \ldots,\ x_{x-1}=0,\ x_x=1)$$

$$=P(0)P(0)\ \ldots\ P(0)P(1)=q(q)q\ldots(q)p=q^{x-1}p$$

$$P(x)=q^{x-1}p \quad x=1,2,3,\ldots,\infty \quad \mu_x=\frac{1}{p} \quad \sigma^2=\frac{q}{p^2}$$

Ejemplo: Una empresa desea contratar un ingeniero mecánico con conocimientos de computación, la experiencia que tienen en el departamento de relaciones industriales encargado de las contrataciones, es que el 30% de los aspirantes cumplen con la característica deseada.

Determinar la probabilidad de que el primer aspirante que cumpla con el requisito

a) sea el tercer entrevistado,

b) sea el quinto entrevistado y

c) calcular la media y la varianza correspondiente.

Solución

Identificación de los datos: $p = 0.3,\ q = 0.7$

a) $P(x=3)=(0.7)^2(0.3)=(0.49)(0.3)=0.147$

b) $P(x=5)=(0.7)^4(0.3)=(0.2401)(0.3)=0.072$

c) $\mu_x=\dfrac{1}{0.3}=3.3333 \qquad \sigma^2=\dfrac{0.7}{(0.3)0.3}=\dfrac{0.7}{0.09}=7.777$

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD PASCAL

Esta distribución nos modela el comportamiento probabilístico del número de intentos en que se obtiene el r-ésimo éxito, en una secuencia de experimentos de Bernoulli independientes entre si. Los primeros $x-1$ intentos contienen $r-1$ éxitos, $x-r$ fracasos y el x-ésimo intento es un éxito, como los intentos son independientes entre si la función de probabilidad se establece como un producto de probabilidades, dada por la expresión siguiente:

$$P(X)=\binom{x-1}{r-1}p^{r-1}q^{x-r}p \quad \text{ó} \quad P(X)=\binom{x-1}{r-1}p^{r}q^{x-r}$$

$$x=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n \quad , \quad \mu_x=\frac{r}{p} \quad , \quad \sigma^2=\frac{rq}{p^2}$$

Ejemplo: Un gran lote de bombas usadas contiene un 20% de ellas que no sirven y necesitan reparación. Se manda un mecánico con tres juegos de refacciones. Selecciona bombas al azar y las prueba una tras otra. Si trabaja una bomba, prosigue con la siguiente. Si no trabaja, le instala uno de los juegos de refacciones. Supóngase que tarda 10 minutos en probar si una bomba trabaja o no, y 30 min. en probar y reparar una bomba que no trabaja. Determinar el valor esperado y la varianza del tiempo total que le llevará terminar con los tres juegos.

Solución

Sea X el número de pruebas en que se encuentra la tercera bomba defectua; se observa que X tiene una distribución de Pascal con $p=0.2$.

El tiempo total T que tarda en terminar con los tres juegos está dado por la expresión:

$$T=10(x-3)+3(30)=10x+60\,[\text{min}]$$

$$E\{T\}=10E\{x\}+60$$

como: $$\mu_x=E\{x\}=\frac{3}{0.2}=15$$

Tendremos que:

$$E\{T\}=10(15)+60=150+60=210$$

Lo que significa que se esperaría que en 210 minutos el mecánico termine con sus tres juegos

$$\sigma^2\{T\}=10^2\sigma^2\{x\}=100\left|\frac{3(0.8)}{0.2(0.2)}\right|=100(60)=600$$

Sacando la raíz cuadrada para obtener la desviación estándar correspondiente, tenemos que es de 77.46 minutos.

Ing. Marco Antonio Gómez Ramírez

APLICACIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL AL ANÁLISIS DEL ESTADO DE ESFUERZO PLANO

continuación

α_1 mide la dirección del esfuerzo principal mayor. Al aplicar la ecuación 8 debemos verificar en qué cuadrante cae el ángulo $2\alpha_1$ Distinguimos cuatro casos

a) $(\sigma_x - \sigma_y) > 0,\quad 2\tau_{xy} > 0$ el ángulo $2\alpha_1$ queda

en el primer cuadrante y $0 < 2\alpha_1 < \frac{\pi}{2}$.

b) $(\sigma_x - \sigma_y) < 0,\quad 2\tau_{xy} > 0$ el ángulo $2\alpha_1$ queda

en el primer cuadrante y $\frac{\pi}{2} < 2\alpha_1 < \pi$.

c) $(\sigma_x - \sigma_y) < 0,\quad 2\tau_{xy} > 0$ el ángulo $2\alpha_1$,

queda en el primer cuadrante y $\frac{\pi}{2} < 2\alpha_1 < \pi$

d) $(\sigma_x - \sigma_y) > 0,\quad 2\tau_{xy} < 0$ el ángulo $2\alpha_1$,

queda en el primer cuadrante y $\frac{\pi}{2} < 2\alpha_1 < \pi$

El ángulo $2\alpha_2$ de la dirección principal menor se obtiene sumando π al ángulo $2\alpha_1$

$$2\alpha_2 = 2\alpha_1 + \pi \qquad \alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2} \qquad (9)$$

En efecto, notamos que

$$sen\,(2\alpha + \pi) = -sen\,2\alpha_1 \quad \cos(2\alpha + \pi) = -\cos(2\alpha)$$

Reemplazando en la ecuación 5

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\alpha^2}\right)_{2\alpha+\pi} = 2(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha + 2\tau_{xy}\,sen\,2\alpha$$

$$\left(\frac{d^2\sigma}{d\alpha^2}\right) = \frac{\left[2\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + 8\tau_{xy}^2\right]}{a} \qquad (10)$$

La segunda derivada de la ecuación 10 es siempre positiva, y por lo tanto arroja la dirección del mínimo esfuerzo normal. En con secuencia, el valor de α, dado por la ecuación 9 mide la dirección principal menor, en el estado de esfuerzo plano.

Ejemplo:**Dado el siguiente tensor esfuerzo, en un estado de esfuerzo plano**

$$S = \begin{bmatrix} 210 & -190 \\ -190 & -350 \end{bmatrix} kPa$$

calcular las direcciones de los esfuerzos principales.

Solución

$$\left(\sigma_x - \sigma_y\right) = 210 - (-350) = 560 \text{ kPa} > 0$$

$$2\,\tau_{xy} = 2\,(-190) = -380 \text{ kPa} < 0$$

Reemplazando en la ecuación 8

$$\tan 2\alpha_1 = \frac{2\tau_{xy}}{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)} = \frac{-380}{560} = -0.67857$$

El ángulo $2\,\alpha_1$ queda en el cuarto cuadrante (caso d)

$$2\alpha_1 = 5.6870 \text{ rad}$$

$$\alpha_1 = 2.8435 \text{ rad} = 162.92°$$

Como medimos una dirección, también

$$\alpha_1 = -17.08°$$

Aplicando la ecuación 9

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2} = 4.4143 \text{ rad} = 252.9°$$

Como medimos una dirección, también

$$\alpha_2 = 72.92°$$

M en I. Agustín Deméneghi Colina

LA HISTORIA DEL U.N.A.M.

IRRUMPEN los Pumas en la Primera División el 9 de enero de 1962 tras vencer 5-1 al Cataluña de Torreón, asegurando el primer lugar en la tabla de posiciones y por consiguiente el ascenso al Máximo Circuito.

APARECE en el firmamento universitario, a mediados de la temporada 62-63, Renato Cesarini, quien fue el creador de las fuerzas básicas.

LOGRA Alberto Etcheverry el primer título de goleo individual en la historia de los Pumas al sumar 20 tantos en la temporada 63-64.

GANA Pumas su primer título de Liga el 3 de julio de 1977, teniendo como técnico a Jorge Marik. En aquel legendario equipo militaban Evanivaldo Castro "Cabinho", Juan José "Cobra" Muñante, Ernesto Cervantes, Jesús Iturralde, Horacio Sánchez, José Luis "Pareja" López, Héctor Sanabria, Mario Trejo, Arturo Vázquez Ayala, Leonardo Cuéllar, Jesús Ramírez y el novato Hugo Sánchez.

OBTIENEN los Pumas su segundo título de goleo en la temporada 80-81, cuando eran dirigidos por Bora Milutinovic. Doblegaron al Cruz Azul por marcador global de 4-2. En ese equipo jugaron: Olaf Heredia, Pablo Luna, Rafael Amador, Gustavo Vargas, Jorge Paolino, Manuel Manzo, José Luis "Pareja" López, Enrique López Zarza, Manuel Negrete, Ricardo Ferretti y Hugo Sánchez.

PARTE Hugo Sánchez rumbo a España para enrolarse con el Atlético de Madrid en lo que sería el preámbulo de su conquista en el Viejo Continente. La última vez que vistió la camiseta de los Pumas fue el 9 de agosto de 1981.

DOLOROSA resultó aquella final de la temporada 84-85 cuando Pumas perdió en un tercer encuentro contra el América el título de Liga en un partido que fue disputado en el Estadio Corregidora luego de que en el Olímpico Universitario se viviera una de las tragedias más grandes en el futbol mexicano al fallecer ocho aficionados aplastados en el túnel 29.

TUCAZO fue como denominaron los aficionados al trallazo que salió de los botines de Ricardo Ferretti en la temporada 90-91 para darles a los universitarios su tercer título de Liga el 22 de junio de 1991.

ÉXITO los Universitarios a la conclusión de la Temporada regular, terminaron en la segunda posición, solo un punto atrás de los Jaguares de Chiapas que tuvieron 42 puntos; además Bruno Marioni se convirtió en Campeon goleador con 16 tantos, empatado con Andrés Silvera de Tigres y es el séptimo jugador Puma en conseguir el galardón para un romperredes.

El primer partido de la Final, se llevó a cabo ante más de 65 mil aficionados que se dieron cita en el inmueble de calzada Independencia, en Guadalajara para apoyar a su equipo en busca del título. El marcador terminó empatado a un gol; la anotación de los Pumas fue conseguida por José Luis López al minuto 76, mientras que el empate fue conseguido por Ramón Morales al 86 de cobro penal.

El segundo y decisivo encuentro se efectuó el 13 de junio de 2004, en el Estadio Olímpico Universitario, mismo que contó con un espectacular entrada de aficionados que pedían la coronación Puma. Luego de 13 años en que la escuadra universitaria no llegaba a una fase final, los Pumas volvieron a levantar el Trofeo y para Hugo Sánchez Márquez, fue su primer título de Campeón como entrenador.

www.senorgol.nu/mexico/unamhistoria

Habilidades del Pensamiento

Una de las habilidades de mayor importancia para el profesionista de la ingeniería es la "Producción divergente", la cual se encarga de generar información proveniente de otra información y por medio de ella se hace énfasis en lograr los mejores resultados, a través de un resultado único o aceptado convencionalmente. La información dada (pista) determina plenamente la respuesta.

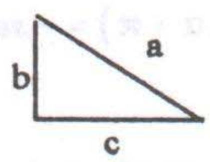
Ejemplo: Colocar la palabra que falta:

a) Mi hermano es ______ ; nunca prueba el alcohol.
R=abstemio
b) En cuanto escucho la ____ de mi programa favorito me siento en el sillón a verlo
R= música

Ejercicio:
1. La distancia más corta entre dos puntos es la______
2. La suma de los tres ángulos ______ de todo______ es de 180°
3. En todo triángulo______ los ángulos opuestos a los lados iguales son ______
4. La suma de dos lados cualesquiera de un ______ es mayor que el tercer lado, y la diferencia es ______

Respuestas del ejercicio anterior:

1) $a^2 = b^2 + c^2$
2) 9 de noviembre de 1989
3) 20 de julio de 1969
4) Océano Pacífico
5) La edad del padre de cada cual.



6) $\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Lic. Martha Rosa Del Moral Nieto