B o l e t í n UNAMente Robótica

Año 4 N° 13 Publicación Trimestral Mayo de 2017

CONCURSO DE DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN LANZADOR DE UNA PELOTA DE PING PONG

Con objeto de propiciar la vinculación y aplicación de los conceptos teóricos de las diversas asignaturas de Ciencias Básicas en dispositivos físicos reales, se decidió organizar este concurso, en el que se convoca a alumnos de las generaciones 2016 y 2017 que estén cursando alguna asignatura de esta División. Es una de las actividades importantes orientadas a alumnos del proyecto PE109415 "Aplicación del aprendizaje basado en problemas y el colaborativo para potenciar el aprendizaje de los alumnos de Ciencias Básicas".

Esta idea surgió de la experiencia de algunos profesores de Cinemática y Dinámica, quienes a principios de esta década propusieron a sus alumnos diseñar lanzadores de pelotas de tenis, para competir entre ellos en un concurso de tiro al blanco. Esta actividad académica fue muy apreciada por los alumnos y provechosa para la consecución del aprendizaje de la materia.

En esta ocasión, se decidió la conveniencia de que el proyectil fuera muy ligero, de manera que interviniera de fuerza de fricción del aire, por lo que se propuso una pelota de ping pong.

Además, otro aspecto muy interesante de la dinámica de una pelota es que si ésta gira, entonces se produce el efecto conocido como Magnus, con el que es posible explicar la trayectoria de una pelota de fútbol pateada "con chanfle", o de las diversas curvas que puede tirar un lanzador profesional de béisbol.

Además de diseñar y construir su prototipo de lanzador, se pretende que los estudiantes desarrollen el modelo matemático de la dinámica de la pelota de ping pong, de manera que puedan determinar la velocidad y el ángulo de tiro necesarios para que caiga en un blanco preestablecido por los jueces del concurso. De esta manera, el alumno podrá entender lo que estudió en la teoría de la asignatura que esté cursando, sea Mecánica, Ecuaciones Diferenciales, Cálculo Integral o Cinemática y Dinámica, y aquilatar la importancia que tienen las Ciencias Básicas en su formación profesional.

El concurso final se realizará el martes 16 de mayo de 2017 a partir de las 13 horas en el Auditorio Sotero Prieto.

El modelado en la construcción de un prototipo de
LANZADOR DE UNA PELOTA DE PING PONG

La ciencia básica (CB) ofrece permanentemente misterios, aventuras, novedades, sorpresas. Interesarse en ella exige curiosidad, entusiasmo, imaginación razonamiento y espíritu deportivo. La CB siempre ejerce un gran atractivo sobre los jóvenes. Y está muy bien que así sea, ya que el progreso depende en buena parte, de que los jóvenes consigan avanzar algo, más allá de lo que les enseñamos.

La imaginación razonada
(la actividad del investigador científico) **Fidel Alsina**

Lanzar, patear, golpear … a una pelota

Lanzar, patear, o golpear con un instrumento una pelota son fenómenos muy frecuentes que acontecen en los deportes, estas acciones las podemos ver y disfrutar gracias a la televisión de manera muy cotidiana. Los deportistas realizan estas peripecias de manera muy complicada y espectacular. Piense por ejemplo en un *pitcher* para el caso del béisbol, o la ejecución de un penal para el caso de un futbolista; más complicado todavía el golpe con raqueta para un jugador profesional de tenis o de ping pong.

Un aspecto curioso de mencionar es el siguiente: en ninguno de los deportes citados con anterioridad, se observan caídas libres o tiros verticales. En el béisbol el batazo fallido elevado al *catcher* es lo que más se asemeja a un tiro vertical; y aunque usted no lo crea, en el tenis y en el ping pong, salvo en muy contadas excepciones, yo diría también fallidas o atípicas, las pelotas definirán trayectorias en forma de parábolas.

En mecánica, el movimiento de todas estas pelotas, se les conoce como el movimiento de proyectiles. Un proyectil es cualquier cuerpo que se lanza al espacio por medio de alguna fuerza, y continúa en movimiento después de que cesa la fuerza que se le imprimió.

El vacío, el peso constante, las rectas, las parábolas y otras abstracciones

Es posible dar una lista de condiciones que determinan la aparición de estos movimientos de trayectoria recta o parabólica, por ejemplo, si se deja caer un cuerpo, para que este siga una trayectoria vertical, se debe suponer: a) que no tenga velocidad inicial horizontal; b) que se omita la resistencia del aire; c) que la altura no sea muy grande, para que no se note que la rotación de la tierra lo hace caer un poco hacia el este, si no está en un polo; d) que sus dimensiones sean muy pequeñas, con relación a la trayectoria descrita.

Para que siga una trayectoria parabólica se debe lanzar el cuerpo en una dirección diferente a la vertical, todas las demás condiciones ya descritas: b), c) y d) deben prevalecer.

En ambos casos se tienen los ejemplos clásicos del movimiento en dos dimensiones con aceleración constante.

Como usted podrá notar en el párrafo anterior, estos son algunos de los supuestos teóricos que estableció el gran Galileo para explicar este tipo de movimientos. Omitir la resistencia del aire implica que el cuerpo se mueva en el vacío, que la altura no sea muy grande implica que el campo gravitatorio sea aproximadamente constante, entre otros aspectos. Incurrir en este tipo de *fantasías*, o abstracciones, no debe de ser motivo de preocupaciones graves mi querido lector, ya que estos supuestos, son necesarios para poder trabajar con modelos y poder realizar algunas simplificaciones a los fenómenos mecánicos. Pero también para poder ejercitar y resolver problemas de los consabidos y eternos libros de texto, o las populares series de ejercicios de nuestros cursos de mecánica como son las caídas libres de pelotas en azoteas de edificios, los tiros verticales de canicas o los tiros parabólicos de balas de cañón o saltos de esquiadores en caprichosas rampas invernales. Pues bien, y suena a desencanto, es necesario aceptar que estos son movimientos que corresponden a un cuerpo abstracto (modelo de partícula), que se mueve en un medio abstracto (ausencia de fluido como el aire).

Las abstracciones citadas con anterioridad también son necesarias para poder realizar el proceso llamado experimentación, el cual consiste en reproducir el fenómeno, en este caso el movimiento rectilíneo o parabólico, bajo situaciones y condiciones controladas de manera artificial. Es el mismo experimentador, este inteligente personaje de agudo espíritu matemático, quien fija las condiciones, el sitio, los instrumentos, inclusive el momento, para que el fenómeno mecánico se parezca mucho a movimientos de cuerpos abstractos, y sobre todo, que el medio se parezca mucho al vacío. Además, puede repetirlo las veces que se le ocurra: *la perfecta aplicación del principio de causalidad.*

Las trayectorias reales de las pelotas en los deportes

Sin embargo, en estos deportes la realidad nos dice que la presencia de la atmósfera es inevitable, que las pelotas tienen masa, son deformables y tienen determinadas dimensiones; además, las trayectorias que describan dependerán del giro que se les imprima según la forma y el lugar en donde se les golpee. En estos deportes, y en muchos otros, los espectadores ven la pelota que se mueve después de ejecutar su lanzamiento, pero pocos describen con propiedad, salvo los que estudian física o los cronistas deportivos de elegante narrativa, que en cada momento la pelota ocupa una serie de lugares geométricos en el espacio a los que en su conjunto se le conoce como trayectoria, pero que de ninguna manera corresponden, en el riguroso sentido, ¡a rectas o parábolas! … los movimientos de estas pelotas no se rigen, de manera estricta por las leyes y principios fundados por el gran sabio Galileo Galilei, iniciador de la mecánica experimental.

Un lanzador de pelotas de ping pong con alcance y altura determinados

Figura 1 Prototipo de un lanzador de una pelota de ping pong.

En otro orden de ideas, el problema del movimiento de un proyectil, no únicamente radica en la forma de analizar y estudiar la trayectoria que describe, sino que además hay que añadir el gran problema de cómo y con qué lanzar el proyectil para que describa determinada trayectoria y llegue a un lugar determinado. Es por esta razón que la convocatoria del **concurso de diseño y construcción de un lanzador de una pelota de ping pong**, tiene por objeto propiciar la vinculación y aplicación de los conceptos teóricos en dispositivos físicos reales, promover el proceso de modelado matemático, diseño y construcción de un prototipo de Lanzador de una pelota de ping pong, con las siguientes características:

Construir un lanzador de una pelota de ping pong que tenga un alcance de cuando menos 3 m, y que llegue a una altura mínima de 2 m. El diseño se podrá realizar con el tipo de disparador que el diseñador se le ocurra: resortes, ligas, catapulta, de aire comprimido, con ruedas de fricción, entre otras.

Desarrollar el modelado matemático de la trayectoria de la pelota de ping pong que produzca un prototipo del lanzador, que les sirva de base para su diseño.

Integrar el trabajo escrito y la memoria de cálculo en el cual se plasmarán los fundamentos aplicados, así como la resolución del modelo matemático.

Entre otras cosas, también se incluirá la obtención de datos experimentales, la caracterización de la fuerza de fricción viscosa del aire como una función lineal de su velocidad, y la comparación de los datos teóricos con los físicos reales. En caso de que el lanzador provoque rotación de la pelota, será necesario modelar también la fuerza producida por el efecto Magnus.

Estos objetivos –describir, explicar, predecir y facilitar la medida de fenómenos naturales– sumados al concepto de verificación experimental como sustento argumentativo de sus modelos matemáticos (principalmente abstractos), contienen los fundamentos de la disciplina del modelado. Los algoritmos de cómputo son la base sobre la que se construyen implementaciones numéricas de modelos adecuados para la reproducción de características y comportamientos de los fenómenos modelados, el manejo de esta herramienta mediante el uso de computadora es lo que se conoce actualmente como simulación. Para tener idea acerca de este proceso se recomienda ver el archivo: Presentación modelado trayectoria pelota de ping pong, en la página http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/CD2017/.

El modelo y el proceso de modelado en el proyecto del disparador

En su connotación más amplia, el *modelo de un fenómeno* es un conjunto de representaciones formales, que incorpora sin ambigüedad los conocimientos adquiridos mediante todas las fuentes pertinentes sobre el fenómeno de interés para el estudio:

> *Se deben considerar en el dispositivo propiedades energéticas que relacionen energías potenciales del elemento disparador con cinéticas de la pelota; la aplicación de la segunda ley de Newton que relacione la fuerza de fricción del aire, para el caso de giros apreciables de la pelota de ping pong, se debe considerar el efecto Magnus.*

De esta forma, el modelo consiste en la especificación formal de los elementos de un sistema, las relaciones entre los mismos y los parámetros que permiten contextualizar el desempeño del sistema de acuerdo con las características del entorno y las relaciones del sistema del mundo real con el mismo:

> *Se debe considerar la constante de elasticidad del elemento disparador, si éste es elástico, la constante de fricción fluida, velocidades angulares. Posteriormente, establecer las relaciones donde intervienen estos elementos, por ejemplo, si la fricción fluida es directamente proporcional a la velocidad de la pelota, si la constante de elasticidad es proporcional a la longitud que se comprime, o a la presión en caso de que el disparador sea neumático.*

Así, el desarrollo del modelo asociado a un objeto, sistema o fenómeno, independientemente del ámbito científico o aplicado en el cual tiene existencia, busca la caracterización cualitativa y cuantitativa de un aspecto específico del objeto del mundo real.

Se trata de establecer los modelos matemáticos que determinan, tanto cuantitativa como cualitativamente el fenómeno correspondiente al disparo de una pelota de ping pong con fricción fluida, y su predicción sobre un objetivo.

¡Aquí hay una situación real, piense acerca de ella! (Henry Pollak, 1969)

El siguiente esquema corresponde a la representación esquemática de los pasos que se sugiere realizar en el proceso de modelado matemático propuesto por Henry Pollak, y adaptado por Blum y Leib. Este proceso, llevado a este contexto, no es más que una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones, por un lado; y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática.

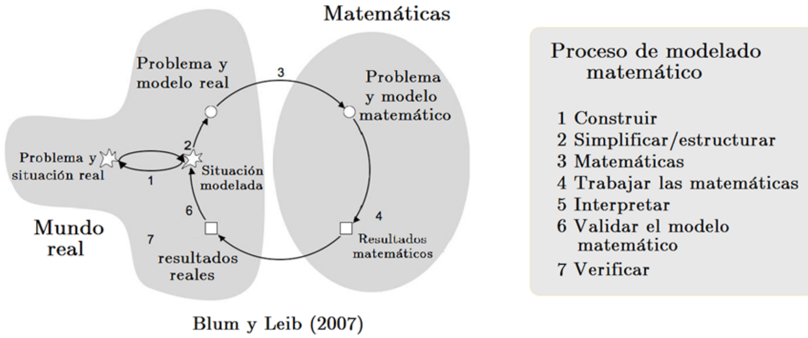


Figura 2 Esquema de modelado propuesto por Blum, W. y Leib, D. (2007), How do students and teachers deal with mathematical modelling problems.

Problema y situación real

Disparador de pelotas de ping pong.

Situación modelada

Se concibe la idea acerca de las posibles formas de cómo construir el prototipo del disparador y los posibles elementos que debe contener.

Problema y modelo real

Construcción del disparador con materiales como un resorte, una liga, un compresor neumático, una catapulta, un tubo, una guía metálica, un gatillo o un soporte, entre otros. Este modelo debe de accionarse y disparar la pelota acorde a los requisitos de la convocatoria.

Problema y modelo matemático

Traducción de los objetos del modelo real y sus relaciones al lenguaje matemático. En esta parte se deberá pasar a la caracterización de elementos que contiene el modelo físico, es decir, transferir aspectos relevantes y medibles en los elementos a entidades matemáticas: ley de Hooke para el resorte, ley de presión y desplazamiento provocado por el compresor, ley de fricción por contacto para materiales solidos o fluida para el aire, ley de Magnus. Todas estas leyes de elementos deben estar integradas en ecuaciones, llamados modelos matemáticos, que determinen la trayectoria de la pelota de ping pong, entre otros aspectos conceptuales, con el objeto de poder arrojar resultados medibles, que se trata en el siguiente párrafo.

Resultados matemáticos

Son aquéllos que se obtienen a partir del modelo anterior, se traduce en números tales como: altura, longitud recorrida, etc. Esta parte por lo regular se realiza mediante simulación matemática. A manera de síntesis, se describen de forma muy somera las transiciones del esquema de la figura 2 con los elementos conceptuales de este proceso.

El encadenamiento **Problema y situación real → Situación modelada → Problema y modelo real**

Son objetos que corresponden al dominio de la realidad.

El paso de **Problema y modelo real → Problema y modelo matemático**

Corresponde a la etapa fundamental del proceso de modelado, es decir, la transición más importante, desde una perspectiva pedagógica del proyecto: **fenómeno real a situación matemática**.

Las transiciones **Problema y modelo matemático → Resultados matemáticos → Resultados reales**

Corresponden al trabajo sobre las ecuaciones (modelo matemático) por medio de la computadora (modelado y simulación).

Resultados reales → Situación modelada

En este punto se interpretan los resultados matemáticos al cotejarlos con la realidad y se verifica la validez del modelo; se efectúa la evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o por predicción) con el conocimiento teórico o por experiencia personal.

La situación real, el modelo real y el modelo matemático corresponden a la etapa de la transición F**enómeno real → Situación matemática**. Los resultados matemáticos a resultados reales y situación modelada, corresponden a la transición inversa **Situación matemática → Fenómeno real**.

La importancia de última transición: Situación modelada → Problema y situación real (gran final de la construcción del prototipo)

Normalmente, esta transición casi nunca se verifica acorde a lo previsto, para nuestro caso concreto, la observación acuciosa de la conducta experimental del disparador de pelotas no siempre *respetará* la realidad que quisiéramos conocer, entonces se debe persistir y corregir; y si el disparador sigue igual de *irrespetuoso*, se debe intentar de otro modo, volver a empezar y volver a corregir, hasta lograr saber lo que ocurre y predecir lo que va a ocurrir; cuando se logra esto último, la autoestima científica crece, el orgullo ingenieril se desborda y sucede lo que inevitablemente tiene que suceder: **uno se siente muy importante** ¿no cree usted mi querido lector?

Hugo Germán Serrano Miranda
Profesor de la Facultad de Ingeniería, UNAM

Compartiendo mi experiencia en el taller de Arduino, Semestre 2016-1

Tus conocimientos sobre el uso y aplicaciones de la tarjeta de Arduino los adquiriste durante el bachillerato, o en qué asignatura

Lamentablemente, estos conocimientos no los adquirí durante el bachillerato, aunque hubiese sido un honor y de gran ayuda, los concebí durante el curso de Arduino impartido en el Anexo de Ingeniería durante el semestre 2016-1, principalmente para el proyecto de fin de curso de la materia de Álgebra.

Cuál es tu opinión sobre el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Creo que una muy buena manera de motivar a los estudiantes para incrementar el interés y conocimiento hacia un tema es poniendo problemas de un nivel muy bueno, que lo hagan indagar en apuntes, libros, internet y en todas las formas posibles.

Dada tu participación en el taller de Arduino, cuál es tu opinión

Tengo muy buenas expectativas y opiniones sobre el taller de Arduino impartido. Me ayudó muchísimo, adquirí conocimientos clave que me posicionó un título de avanzado en mi clase de Fundamentos de Programación, y que hasta la actualidad lo sigo ocupando. Si hubiese más cursos como éste, no dudaría en inscribirme, y para cualquiera que le gustase aprender, está súper recomendable

Tu experiencia durante el taller de Arduino

Excelente, fue completamente un trabajo en equipo, cabe destacar que los profesores fueron muy buenos, aunque para enseñar y explicar, les falta mucho, pero el conocimiento si está presente y se dio a notar, el método de enseñanza también fue bueno: ellos ponían un problema en el cual el alumno debía emplear conocimientos sencillos y lógicos para su solución, y si se presentaban dificultades, los profesores con gusto ayudaban a superarlos. Hubo muy buena reciprocidad en la comunicación alumno-maestro.

Consideras que los tópicos de la asignatura de Álgebra tienen una relación con el uso y aplicaciones de la tarjeta de Arduino

Por supuesto que sí, podrían presentarse varios ejemplos, es muy común utilizar el álgebra durante la programación en la placa de Arduino, además de que podríamos darle órdenes al Arduino para que éste resolviera problemas de álgebra, nosotros ingresaríamos las variables y éste lo resolviera. También programar al Arduino para ayudarnos a estudiar, en donde contestáramos un cuestionario y diera luz roja si es error, y luz verde si es correcto.

Hay infinidad de casos para que ambas cuestiones se relacionan.

¿Qué habilidades desarrollaste durante la elaboración del proyecto?

El conocimiento total de la placa de Arduino, llevar el conocimiento adquirido a un nivel más avanzado, conocer cada uno de los componentes que el proyecto necesitó, y comprender que siempre habrán fallas, pero que si permaneces concentrado, la solución llegará, por lo que debes de trabajar y seguir intentándolo.

La capacitación que te brindó el taller de Arduino ¿fue suficiente, para desarrollar el proyecto de la asignatura?

Efectivamente, pero también no la iban a dejar fácil, el problema planteado fue más allá, tuvimos que recordar desde la primera sesión para desarrollar cada línea de código, hasta la última. Fue muy emocionante este proyecto, y también fue muy interesante ver el resultado.

De las asignaturas que cursaste en el semestre 2016-1, cuántas te solicitaron realizar un proyecto, y si consideras que el proyecto aportó un valor significativo para el aprendizaje de la misma

Dos en total, la materia por la que me enteré, Álgebra, y Fundamentos de Programación.

Qué propones para mejorar el desarrollo del taller de Arduino

Me hubiese encantado que las sesiones y el número de prácticas fuera mayor, creo que aún me gustaría haber aprendido más; igual los profesores, siendo ellos también estudiantes, les faltaría tener más experiencia en cuanto a enseñar, probablemente alguna vez salían los nervios, por lo que se trababan.

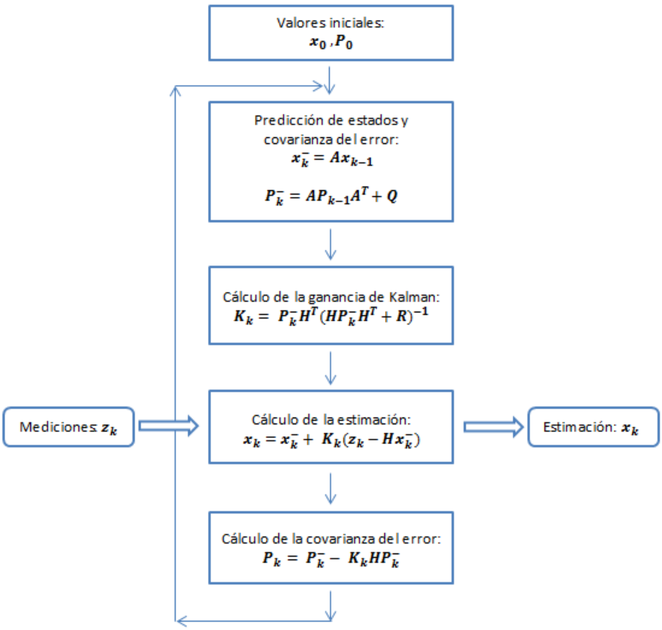
Consideras que las prácticas en línea fueron de utilidad para dar inicio al taller de Arduino, asimismo, qué opinión tienes sobre el hecho de que en un futuro el taller sea en línea

Impartieron excelentemente los conocimientos básicos, es muy bueno que en casa puedas tener comunicación con algún académico que te pueda apoyar a solucionar problemas, pero si comparamos a una computadora, al estar enfrente de un profesor, elegiría al profesor. Creo que cualquier problema o situación que se presente se podría resolver de forma más adecuada, y totalmente habría mejor comunicación.

Pacheco López Nicolás, Bloque 150, semestre 2016-1, Álgebra
Elaboración de la entrevista, María Teresa Peñuñuri Santoyo
Profesora de la Facultad de Ingeniería, UNAM

Qué es un filtro de Kalman y cómo se aplica

El filtro de Kalman es un algoritmo recursivo que sirve para identificar el estado oculto (no medible) de un sistema dinámico lineal, cuando el sistema está sometido a ruido blanco aditivo (señal indeseable que contiene todas las frecuencias y que se agrega a la señal de interés). En el diagrama se ilustra el procedimiento que se sigue.



Entradas	**z_k (mediciones)**
Salidas	**x_k (estados estimados)**
Modelo del sistema	**A, H, Q, R**
Parte de la fórmula	**x_k^-, P_k^-, P_k, K_k**

Se puede observar que el algoritmo consiste en sólo calcular un conjunto de fórmulas una y otra vez. Las variables provenientes del modelo del sistema (**A, H, Q y R**) son valores conocidos y sólo son sustituidas en las fórmulas. Estas variables, que usualmente son matrices, son el resultado de un modelo en variables de estado. El desempeño del filtro de Kalman recae en mayor medida en el modelo del sistema: si el modelo del sistema es muy cercano al sistema actual, la precisión en la estimación aumenta considerablemente.

Predicción de estados y de covarianza del error

Se predice el valor de los estados siguientes $\mathbf{x_k}$ usando los valores anteriores $\mathbf{x_{k-1}}$ y la matriz de transición **A** que el modelo definió. Posteriormente, se predice el valor de la covarianza del error $\mathbf{P_k}$ usando la misma matriz de transición y además una matriz de covarianzas $\mathbf{Q}$ que indica el ruido existente en el sistema. La covarianza del error indica la diferencia entre los valores estimados del filtro y los valores verdaderos o reales pero desconocidos. Es un valor que mide la precisión de la estimación. Dichos valores se relacionan de la siguiente manera: $\mathbf{x^v_k \sim N(x_k, P_k)}$.

El valor verdadero de los estados $\mathbf{x^v_k}$ se relaciona con el valor estimado $\mathbf{x_k}$ y la covarianza del error $\mathbf{P_k}$ siguiendo una distribución normal gaussiana. El filtro de Kalman calcula la distribución de probabilidades de la estimación, y escoge el valor con la mayor probabilidad como el valor estimado. El valor $\mathbf{P_k}$ es una medida del error del valor estimado. Si dicho valor es pequeño, significa que los valores estimados estarían muy cerca al valor verdadero; en cambio, si fuera un valor grande, la probabilidad sería similar entre un gran rango de valores estimados, esto incrementaría la incertidumbre durante la elección del valor estimado.

Cálculo de la ganancia de Kalman

El cálculo de este valor usa la covarianza del error $\mathbf{P_k}$, la matriz de mediciones $\mathbf{H}$ y la matriz de covarianzas del ruido en la medición $\mathbf{R}$; estas dos últimas están definidas por el modelo. La ganancia de Kalman es un valor que se actualiza en cada iteración y que pondera la variación que tendrá el valor estimado final del que se predijo.

Cálculo de la estimación

Este paso contempla las mediciones que se hacen mediante los sensores, $\mathbf{z_k}$, y arroja los valores estimados con la mayor probabilidad, $\mathbf{x_k}$. En pocas palabras, el valor estimado es el resultado de sumar el valor predicho por el modelo y la diferencia ponderada que existe entre las mediciones reales y las mediciones que calculó el modelo. Es decir, la resta ponderada $\mathbf{K_k(z_k\text{-}Hx_k)}$ determina la diferencia entre el valor predicho y el valor estimado. Si el valor de la medición real es muy cercano al calculado, implicaría que el valor predicho por el modelo es muy preciso y el valor estimado sería casi idéntico al predicho; de lo contrario, si fueran muy diferentes, el valor estimado cambiará mucho al predicho. También se debe tomar en cuenta que el valor de la ganancia de Kalman no es constante y que puede variar la magnitud de la diferencia, dependiendo principalmente de la covarianza del error.

Cálculo de la covarianza del error

Finalmente, se calcula el valor de la covarianza del error usando el valor predicho y la ganancia de Kalman. De esta manera, el algoritmo regresa a la etapa de predicción.

Raúl Peralta Lozada
Egresado de Ingeniería Mecatrónica, Facultad de Ingeniería, UNAM

Boletín publicado gracias al Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE109415
"Aplicación del aprendizaje basado en problemas y el colaborativo para potenciar el aprendizaje de los alumnos de Ciencias Básicas"

Responsable: Alfredo Arenas G. unamente.robotica@gmail.com
http://dcb.fi-c.unam.mx/Publicaciones/UNAMenteRobotica