

# B o l e t í n UNAMente Robótica



Año 5 N° 17 Publicación Trimestral Mayo de 2019

## Lo que un ingeniero debe saber: Aplicación de las ecuaciones diferenciales en química

A lo largo de mi actividad docente he tenido la fortuna de impartir la asignatura Ecuaciones Diferenciales y el Laboratorio de Química, entre otras, las cuales he sido privilegiada de colaborar.

Al impartir el Laboratorio de Química en sus diferentes modalidades, Química, Química para Ing. Civiles, Química para Ing. Petroleros, Química y estructura de materiales, me he dado cuenta que es posible analizar fenómenos químicos mediante su modelado con ecuaciones diferenciales dado que en ellos, sin duda alguna, interviene la variación de algún parámetro en función del tiempo. Así, he diseñado el método de solución de una práctica con la finalidad



de que una vez que los estudiantes estén cursando Ecuaciones Diferenciales, conozcan una de sus aplicaciones en un fenómeno químico del cual ya tengan antecedentes, puesto que han cursado la asignatura Química en el primer semestre.

Considero que con este tipo de actividades se da seguimiento y respuesta a las preguntas que frecuentemente los estudiantes nos hacen en clase como ¿Para qué nos sirve estudiar ecuaciones diferenciales? ¿Dónde puedo aplicar este concepto? y preguntas de este estilo que los estudiantes realizan y que van encaminadas a obtener respuestas para justificar el estudio de ciertas asignaturas en el campo de la ingeniería.

Así entonces, identifiqué el experimento de la práctica que actualmente se llama Cinética química y que se realiza como parte del Manual de prácticas del Laboratorio de Sistemas Químicos en Ingeniería, y ajusté la manera de resolverlo, puesto que afortunadamente existen varias alternativas de solución. Así, ya que los estudiantes tuvieron la oportunidad de resolverlo por cierto método atendiendo a las instrucciones de su manual, identifiqué una maravillosa oportu-

tunidad de reestructurarla, es decir, utilizar los mismos reactivos y el mismo material que en el primer semestre, pero ahora resolverlo exclusivamente con ayuda de ecuaciones diferenciales, debido a que los estudiantes ya tienen las herramientas para hacerlo. Esta práctica con los ajustes realizados tiene el nombre de “Determinación de la constante de velocidad y orden de una reacción química mediante el análisis de ecuaciones diferenciales”. Esta práctica la hemos realizado durante varios años consecutivos la Dra. Evelyn Salazar Guerrero, el Ing. Rodrigo Gutiérrez Arenas y una servidora, con el valioso apoyo de la Academia de Química.



Esta práctica es parte del proyecto UNAM-DGAPA-PAPIME PE111218 *Diseño de prácticas de laboratorio para fortalecer el aprendizaje de conceptos matemáticos en Ciencias Básicas*, en el cual Yukihiko Minami Koyama ha apoyado en logística, difusión y análisis de áreas de mejora.

$$-\frac{d[A]}{dt} = k[A]^x$$

Para el desarrollo de esta práctica es necesaria la solicitud previa del Laboratorio de Química. La Dra. Evelyn Salazar Guerrero es quien se encarga de la petición meses antes de su impartición.

La Coordinación de Física y Química ha brindado su valioso apoyo dado que nos ha permitido emplear el espacio y los recursos necesarios para realizar la práctica. Este semestre la Quím. Esther Flores Cruz, el Dr. Ehecatl Luis David Paleo González y la Quím. Antonia del Carmen Pérez León nos apoyaron en la sesión impartida en marzo de 2019.

Así entonces, puedo compartir que cuando los estudiantes asisten al laboratorio, la mayoría de ellos van con actitud de compromiso dado que es una actividad extracurricular; sin embargo, algunos de ellos requieren de un mayor empuje para animarlos, ya que de inicio ellos tienen incertidumbre sobre su utilidad, porque no imaginan que exista una relación estrecha entre la química y las ecuaciones diferenciales.

Algo que nos ayuda mucho es que los estudiantes ya están familiarizados con el material e instrumentos que se utilizan y han trabajado en clase sobre los métodos de solución de las ecuaciones diferenciales de primer orden, por lo que es adecuada para los estudiantes que cursan el tercer semestre.

Al inicio de la sesión les explico conceptos relacionados con el orden de una reacción, cinética química, velocidad de reacción así como el método de variables separables, con los cuales los estudiantes repasan los conceptos que se requieren para el desarrollo de la práctica y que también han estudiado al momento de realizar su cuestionario previo.

En el desarrollo de la práctica los estudiantes colaboran en la preparación de disoluciones, toma de mediciones y elaboración de cálculos. Es importante destacar que trabajar con concentraciones es sumamente delicado, así como darle seguimiento a las actividades desarrolladas, puesto que al ser una actividad experimental, los errores que se presentan pueden afectar la obtención de los resultados esperados.



Al finalizar la práctica los estudiantes se mostraron agradecidos y contentos ya que lograron explorar áreas de aplicación y enfrentaron el reto de combinar conceptos de química con ecuaciones diferenciales. Muchos de ellos comentaron que les agradó conocer este tipo de aplicaciones y realizar actividades que complementan su aprendizaje.

Es deseable que más estudiantes participen en estas actividades ya que es un buen punto de partida para monitorear los resultados, revisar áreas de oportunidad e inclusive valorar la pertinencia de realizar el experimento de cátedra con la asesoría y apoyo del personal de laboratorio.

Mi percepción sobre la participación de los estudiantes es muy grata ya que al responder con entusiasmo dan sentido a estas actividades, dado que es por ellos todo el trabajo que se ha realizado. Es una fortuna que haya profesores que valoran este tipo de actividades e impulsan en sus estudiantes el deseo de ampliar sus conocimientos de la asignatura.



***Jacquelyn Martínez Alavez***  
***Profesora de la Facultad de Ingeniería***

## **Del pizarrón a la implementación**

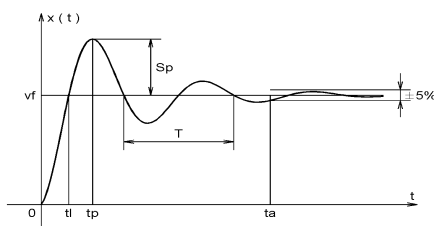
En la materia de ecuaciones diferenciales es recurrente dar ejemplos de circuitos eléctricos con inductores, condensadores y/o resistores, debido a que el modelo matemático que describe su comportamiento es una aplicación del contenido de la asignatura. Por lo general, los ejemplos que se abordan son de ecuaciones de primer orden con excitación constante, debido a su sencillez; sin embargo, existen otras posibilidades.

Como parte del proyecto PE111218 *Diseño de prácticas de laboratorio para fortalecer el aprendizaje de conceptos matemáticos en Ciencias Básicas*, se comenzó a trabajar en el diseño de una práctica titulada “Aplicación de las ecuaciones diferenciales en circuitos eléctricos”. El planteamiento de esta práctica busca trascender de la mención y el análisis en el pizarrón a la acción e implementación física del circuito. En el camino se han presentado varios retos que hasta el momento se han podido superar de manera satisfactoria, algunos de ellos han sido por cuestiones logísticas, otras de contenido y unas más de forma.

Cuando se realizó la primera propuesta, se sabía de antemano que no sería la definitiva; por ello, se trabajó en una prueba piloto con un grupo de seis alumnos voluntarios, cinco de los cuales tenían carreras afines a la electrónica (Ingeniería en Computación, Eléctrica, Electrónica, en Telecomunicaciones) y un alumno de Ingeniería Petrolera. Como era de esperarse tuvieron gran interés (incluyendo al alumno de la carrera no afín), nos hicieron algunos señalamientos respecto a la duración de la práctica y de la dificultad de trabajar con instrumentos de medición de diferente modelo para cada equipo. Con esta información y nuestras observaciones, se realizaron los ajustes necesarios a la práctica para poder aplicarla a una mayor cantidad de alumnos y con un perfil más diverso.

Se acotó la práctica a dos circuitos, a uno le corresponde un modelo de primer orden y al otro un modelo de segundo orden. En ambos casos es posible observar por medio de un osciloscopio el comportamiento de la diferencia de potencial de alguno de los componentes del circuito, de tal manera que se muestra gráficamente la respuesta completa, donde es posible diferenciar la respuesta transitoria y la permanente.

El modelo de primer orden corresponde a un circuito resistor - inductor (RL); de la gráfica de su comportamiento visualizada en el osciloscopio, se puede hacer una interpretación y relacionarla con la respuesta de la ecuación a través de la constante de tiempo,  $\tau$ .



**Figura 2** *Parámetros de la respuesta de un sistema subamortiguado.*

Se eligió un circuito resistor- inductor - condensador (RLC) para el modelo de segundo orden, donde la respuesta depende de la relación de los elementos del circuito, y con tan solo cambiar el valor de R se pueden establecer tres tipos de respuesta transitoria: sobre amortiguada, críticamente amortiguada y subamortiguada. De esta última se puede realizar un análisis gráfico y relacionar los parámetros teóricos del circuito con la respuesta gráfica obtenida.

Al realizar esta práctica se pretende mostrar una aplicación del contenido teórico de la materia y darle la interpretación física a los conceptos vistos, se da un acercamiento a equipo electrónico (como es el caso del osciloscopio) y material que trabajarán en al menos una materia subsecuente, además de poner a prueba sus habilidades de abstracción y pensamiento simbólico adquiridas durante los primeros semestres en la Facultad, debido a que se requiere interpretar un diagrama para poder construir el circuito con las conexiones de los componentes.



**Figura 1** Osciloscopio digital.

Esta práctica se ha aplicado a grupos menores de 25 alumnos para poder atender sus dudas de manera directa y su realización es voluntaria y en horario fuera de clases, por lo que la actitud de los alumnos asistentes ha sido participativa, entusiasta y en los cuestionarios de opinión se han expresado positivamente sobre este tipo de iniciativas. Cabe señalar que a pesar de que se observa una mayor destreza en el desarrollo de la práctica por parte de los alumnos de las carreras afines, el resto se muestran interesados en su desarrollo.

Sin duda alguna el pasar de la explicación en el pizarrón a la implementación del circuito conlleva una inversión mayor de tiempo, pero vale la pena cuando se observa la reacción de los alumnos al poder observar físicamente lo descrito teóricamente.

**Adriana Yoloxóchil Jiménez Rodríguez**  
**Profesora de la Facultad de Ingeniería**

## **El álgebra lineal y su aplicación en las compuertas lógicas, parte 1**

¿Para qué me sirve aprender lo que es una operación binaria? ¿Qué utilidad tiene aprender otro tipo de operaciones que no sean las operaciones básicas como son la suma o la multiplicación? y, además ¿Con otra simbología? si así de abstracto es el primer tema del curso ¿Cómo serán los siguientes? y ¿En algún momento de mi vida volveré a utilizar lo que me están enseñando? Estas son solo algunas de las preguntas que los estudiantes se plantean y que también me han externado en la clase de Álgebra Lineal, cuando nos encontramos iniciando el curso y los estudiantes se enfrentan al primer subtema del programa actual que es el de Operación binaria, la cual se define como: “Una operación binaria  $*$  definida en un conjunto  $S$  es una función  $S \times S$  en  $S$ . La imagen del par ordenado  $(a,b)$  bajo la operación  $*$  se representa con  $a*b$ ”. En este subtema se trabaja con conjuntos de elementos que pueden ser finitos o infini-

tos y con reglas de correspondencia que pueden ser las usuales o bien nuevas operaciones definidas con símbolos tales como  $\oplus$ ,  $\otimes$ ,  $*$ ,  $\odot$ .

A mi parecer, el curso actual de Álgebra Lineal abarca cinco temas sumamente interesantes: Grupos y campos, Espacios vectoriales, Transformaciones lineales, Producto interno y Operadores lineales en espacios con producto interno, los cuales están íntimamente relacionados, ya que conforme se avanza en el temario se requieren manejar los antecedentes vistos en los temas anteriores. Por ello, es importante que el primero les quede claro a los estudiantes y les agrade, para que sirva como trampolín y así perciban la importancia de la asignatura y, que en principio, a pesar de las generalizaciones propias de la asignatura, no les parezca complejo de tal forma que a los estudiantes no les genere inseguridad y en consecuencia pierdan el interés en la materia.

En este contexto reflexioné sobre ¿Cuál es una de las aplicaciones del álgebra lineal en la cual se pueda aterrizar el concepto de este primer subtema? para que los estudiantes puedan conocer al menos una de las aplicaciones del álgebra lineal y no la perciban como una materia abstracta y sin utilidad. Así que con esta idea diseñé una práctica específicamente para que los estudiantes se interesen en el subtema, de manera que les parezca atractivo el concepto y tengan el interés por continuar con el estudio de la asignatura de forma agradable, utilizando compuertas lógicas.

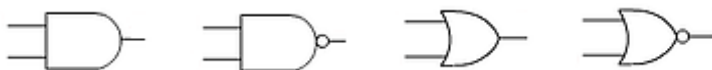
Cabe mencionar que una de las primeras personas que me animó a realizar esta práctica fue el Fis. Juan Velázquez Torres, actual jefe de la Academia de Álgebra Lineal, quien siempre me ha impulsado a desarrollar material didáctico que podamos emplear en nuestra clase y con ello mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Esta práctica actualmente recibe el nombre de “Aplicación de las operaciones binarias en las compuertas lógicas de los circuitos electrónicos”, y la idea es que los estudiantes interactúen con sus compañeros en la implementación de compuertas lógicas en una protoboard, con elementos electrónicos básicos tales como resistor, led y *pushbutton*, con los cuales comprendan la utilidad de la operación binaria con reglas de correspondencia que no son las usuales.

Pero ¿Qué tienen que ver las compuertas lógicas con el concepto de operación binaria? Resulta que se pueden considerar muchas relaciones tales como:

- El concepto de conjunto finito que para este caso está formado únicamente por dos elementos: 0 y 1, que para la operación es apretar o no el *pushbutton* y para el resultado es el encendido o apagado del led.
- El símbolo de la operación binaria: para nuestra sorpresa no es un símbolo usual como  $+$  o  $-$ , ya que ahora son símbolos poco conocidos como los

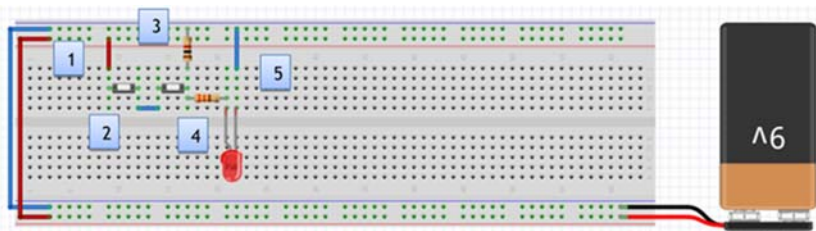
mostrados en la figura 1, pero con un significado concreto ya que expresan el comportamiento de las compuertas lógicas.



**Figura 1. Símbolos para operaciones binarias.**

- Reglas de correspondencia: al ser conjuntos finitos, los resultados obtenidos de las operaciones binarias se muestran en tablas denominadas tablas de verdad de las compuertas lógicas.

Al implementar la práctica en el salón de clase, noté nuevamente que cuando comencé a explicar que las operaciones binarias utilizan reglas de correspondencia para ser definidas y, además, que se utilizan símbolos genéricos, los estudiantes mostraron expresiones de duda o inclusive de susto, pero al momento de realizar las actividades de la práctica, sus expresiones cambiaron por unas de entusiasmo e interés, debido a que participan en el armado de las compuertas, a pesar de que una mayoría desconoce el uso de la tableta *protoboard*, pero gracias al apoyo de mis alumnos de servicio social a quienes previamente les explico el procedimiento, conseguimos dar una explicación adecuada y con la orientación a lo largo de la práctica, los estudiantes del curso logran realizar el armado correspondiente. Cuando al final de la práctica se realizan las distintas combinaciones de presionar los *pushbutton*, los estudiantes se muestran entusiasmados por el encendido y apagado de los leds y es entonces cuando explico las aplicaciones de la combinación de circuitos de esta naturaleza.



**Figura 2 Circuito de una de las compuertas lógicas.**

(Continuará en el siguiente número)

**Jacquelyn Martínez Alavez**  
**Profesora de la Facultad de Ingeniería**

## Newton y ecuaciones diferenciales

Todos hemos escuchado hablar de Isaac Newton alguna vez... fue un físico, filósofo, teólogo, inventor, alquimista y matemático inglés. Conocemos indudablemente sus leyes: primera, segunda y tercera ley de Newton, pues desde nivel básico nos comentaron de ellas, pero algunas otras de sus aportaciones a las matemáticas son menos conocidas; sin embargo, ésta que comentaremos a continuación la encontramos en nuestra vida cotidiana, en una simple taza de café.



La práctica que se implementa y se lleva a cabo con los estudiantes de la asignatura Ecuaciones Diferenciales en el Laboratorio de Física, tiene el objetivo de mostrar el fenómeno de enfriamiento de una taza de café en el cual está mani-



festada *La ley de enfriamiento de Newton*. En esta práctica los estudiantes analizan el comportamiento y verifican que, efectivamente, el enfriamiento de su café lo describe una función exponencial decreciente, pues este fenómeno está definido por una ecuación diferencial lineal de primer orden con coeficientes constantes,

que se resuelve por el método de variables separables y que su solución está descrita por una exponencial.

Es sorprendente para los alumnos comparar los resultados experimentales con los teóricos, inclusive pronosticar con esta ecuación en qué momento pueden tomar su café a una temperatura adecuada sin quemarse la boca.

Como docentes comprometidos debemos buscar alternativas que despierten el interés de los estudiantes por la ciencia y la experimentación, ejemplos donde visualicen que las matemáticas se encuentran en todos lados, que no son conceptos aislados de las aplicaciones y que grandes científicos fueron curiosos y descubrieron que todo en esta vida se relaciona.

***Evelyn Salazar Guerrero***  
***Profesora de la Facultad de Ingeniería***

**Responsable: Alfredo Arenas G. [unamente.robotica@gmail.com](mailto:unamente.robotica@gmail.com)  
<http://dcb.fi-c.unam.mx/Publicaciones/UNAMenteRobotica>**